2. Kapitel

# Modelle zur kausalen Erklärung statistischer Zusammenhänge

*Rolf Steyer*

## *1. Einführung*

### 1.1 Zur Bedeutsamkeit kausaler Abhängigkeit

Statistische Modelle werden in der Psychologie und anderen Bio- und Sozialwissenschaften nicht nur zur Beschreibung von Zusammenhängen der betrachteten Phänomene verwendet, sondern wurden von Anfang an auch mit der Intention der kausalen Erklärung dieser Phänomene eingesetzt. So sollte z.B. Spearmans (1904, 1927) allgemeiner Intelligenzfaktor[1]) die beobachtete Kovariation der verschiedenen Intelligenzleistungen erklären. Wright (1918, 1921, 1923, 1934, 1960a,b) entwickelte seine pfadanalytischen Methoden explizit, um kausale Zusammenhänge genetischer Phänomene zu beschreiben. Fishers (1925) varianzanalytische Verfahren dienten zunächst zur Auswertung landwirtschaftswissenschaftlicher Experimente, bei denen er großen Wert auf Kontrolltechniken wie z.B. Randomisierung gelegt hat (siehe z.B. 1947, S. 17f.), und auch er spricht explizit von ,,Wirkungen“ (siehe z.B. 1956, S. 241) der experimentell manipulierten Variablen.

In den Forschungsansätzen, die sich um die kausale Erklärung beobachtbarer Zusammenhänge bemühen, nehmen kontrollierte experimentelle und auch quasiexperimentelle Untersuchungen (vgl. z.B. Campbell & Stanley, 1963, Cook & Campbell, 1976, 1979) einen bevorzugten Platz ein. Ein großer Teil der Techniken zur Versuchsplanung (siehe z.B. Bartenwerfer & Raatz, 1979, Henning & Muthig, 1979, McGuigan, 1978, Preiser, 1977, Schulz, Muthig & Koeppler, 1981, Zimmermann, 1972) zielt darauf ab, ,,interne Validität“ herzustellen, damit man tatsächlich den ,,Einfluß“ (Bredenkamp, 1969, S. 333) der unabhängigen auf die abhängigen Variablen feststellen kann.

---

[1]) Einen kurzen überblick über Spearmans Intelligenztheorie, und auch spätere Entwicklungen gibt z.B. Süllwold (1977).

Aber nicht nur in experimentellen Untersuchungen ist die Idee der kausalen Abhängigkeit von grundlegender Bedeutung. Auch in der Theorie latenter Variablen (vgl. z.B. Anderson, 1954, 1959, Gibson, 1959, 1962, Goodman, 1974, 1978, 1979, Green, 1951, 1952, Harnerle, 1982, Jöreskog, 1969, 1971, Lawley & Maxwell, 1971, Lazarsfeld & Henry, 1968, McDonald, 1962, 1967a,b, Moosbrugger, 1982, in diesem Band), mit deren Hilfe man ebenfalls Zusammenhänge beobachtbarer Variablen erklären will, ist die ,,Idee der Verursachung" (Lazarsfeld, 1959, S. 500) zentral. Dort will man wissen, ,,ob die zugrundeliegende Eigenschaft die Beziehungen zwischen den manifesten Indikatoren erklärt" (Lazarsfeld, 1959, S. 501, Übersetzung durch den Autor). Formann (1980, S. 107) schreibt dazu: ,,Manifeste Variablen kovariieren nicht deshalb, weil sie an sich miteinander zusammenhängen, sondern weil sie ihre gemeinsame Ursache in den latenten Variablen haben, welche es zu identifizieren gilt."

Auch die Strukturgleichungsmodelle (vgl. z.B. Duncan, 1975, Goldberger & Duncan, 1973, Jöreskog, 1970, 1973, 1974, Johnston, 1971, Malinvaud, 1970) werden explizit zur Beschreibung kausaler Zusammenhänge verwendet, auch solcher mit wechselseitiger Abhängigkeit. Diese Modelle haben insbesondere durch neuere Arbeiten (siehe z.B. Bentler, 1980, Jöreskog, 1977, 1978, 1979, Jöreskog & Sörbom, 1976, 1977, 1979, 1981, Kenny, 1979) in letzter Zeit große Beachtung gefunden, die es u.a. ermöglichen, kausale Beziehungen auch zwischen latenten Variablen anzunehmen und solche Modelle empirisch zu überprüfen.

Mit Modellen zur Erklärung statistischer Zusammenhänge versucht man, Wirkungsgefüge zu beschreiben, also kausale Theorien zu formulieren. Würde die Psychologie es bei der Beschreibung rein statistischer Zusammenhänge bewenden lassen, wäre sie bestenfalls für Prognosen zu gebrauchen. Darüber hinaus sind jedoch in der Praxis oft Interventionen gefordert, deren Auswirkungen nur vorhersagbar sind, wenn kausale Theorien über das Zusammenwirken der Variablen vorliegen. Brandstädter und Bernitzke (1976, S. 13) plädieren ebenfalls für eine verstärkte Forschung mit kausalen Modellen, indem sie schreiben: ,,Psychologische Interventionen sind stets Eingriffe in ,,Systeme", Eingriffe in komplexe Wirkungsgefüge also, die erwartete und unerwartete, erwünschte und unerwünschte Aus- und Nebenwirkungen haben können. Eine effiziente und risikobewußte Interventionsplanung setzt eine möglichst umfassende Kenntnis des Wirkungsgefüges voraus, in das eingegriffen wird."

Diese Wirkungsgefüge müssen keineswegs deterministischer Natur sein, vielmehr muß man wohl in der Psychologie und selbst in vielen Bereichen der Physik von stochastischen Gesetzmäßigkeiten ausgehen, worauf schon Sarris (1968) eindringlich hingewiesen hat. Dabei kann durchaus offenbleiben, ob wir zu stochastischen Gesetzen greifen, weil unser Wissen unvollständig ist, in dem Sinne, daß wir nicht alle beeinflussenden Variablen kennen, oder ob die untersuchten Phänomene an sich nichtdeterministisch sind.

## 1.2 Zum Forschungsstand

In krassem Gegensatz zu der Bedeutsamkeit des Konzepts der kausalen Abhängigkeit stand bisher allerdings die Verschwommenheit, die diesem wohl zentralen Begriff empirischer Forschung eigen ist. Dies liegt keineswegs daran, daß dem Thema ‚kausale Abhängigkeit‘ nicht genügend Aufmerksamkeit geschenkt wird. Vielmehr sind gerade die neueren Versuche, zu einer Klärung dieses Konzepts beizutragen, so zahlreich, daß es unmöglich erscheint, diese auch nur annähernd adäquat darzustellen. Versuche einer solchen Darstellung haben z.B. Bagozzi (1980), Cook & Campbell (1979), Stegmüller (1969) und Suppes (1970) unternommen. In dieser Arbeit beschränken wir uns darauf, den Diskussionsstand in der Psychologie zu umreißen.

In der psychologischen Forschung können unter dem Aspekt kausaler Abhängigkeit wohl zwei Hauptströmungen unterschieden werden, die man vielleicht am besten mit den Etiketten ‚experimentalpsychologische‘ vs. ‚pfadanalytische Literatur‘ versehen kann. Der Experimentalpsychologe bemüht sich, alle ‚Störvariablen‘ auszuschalten oder ‚interne Validität‘ herzustellen, um den Einfluß der unabhängigen auf die abhängigen Variablen feststellen zu können. Dabei vermeiden manche Autoren, von kausaler Abhängigkeit zu sprechen. So z.B. Bredenkamp (1980, S. 1), wenn er formuliert: „Da der Begriff der Verursachung in der wissenschaftstheoretischen Literatur (vgl. Stegmüller, 1969) jedoch anders als in diesem Zusammenhang gebraucht wird, soll das Ziel des Experimentierens darin gesehen werden, die Variation der abhängigen Variablen als Folge der Veränderung von unabhängigen Variablen eindeutig interpretieren zu können.“

Offensichtlich werden hier nur andere Worte für Ursache und kausale Abhängigkeit eingesetzt, die jedoch keinerlei Zweifel daran aufkommen lassen, daß auch hier Ziel des Experimentierens ist, Ursache-Wirkungs-Beziehungen zu untersuchen, auch wenn der dabei verwendete Kausalbegriff nicht weiter expliziert und mit anderen Bezeichnungen umschrieben wird.

Andere Autoren sprechen in diesem Kontext explizit von kausaler Abhängigkeit und verstehen interne Validität als Bedingung, unter der eine kausale Interpretation der gefundenen Abhängigkeiten möglich ist. So schreiben z.B. Cook & Campbell (1979, S. 58): „Interne Validität ist, nach allem, mit den Gefahren befaßt, die Zweifel daran erwecken können, ob ein gültiger kausaler Zusammenhang besteht, . . .“ (Übersetzung durch den Autor).

Genau betrachtet, wird jedoch auch in dieser und ähnlichen Textstellen nur der eine undefinierte Begriff durch einen anderen ebenso undefinierten, nämlich den der ‚internen Validität' ersetzt, und der Einfluß einer solchen Methodologie wäre wohl gering geblieben, wenn nicht in der experimentellen Psychologie und Pädagogik zugleich eine Reihe von Handlungsanweisungen entwickelt worden wären, die dazu beitragen, in einer empirischen Untersuchung ‚interne Validität' herzustellen. Eine solche Handlungsanweisung ist z.B. die Kontrolltechnik der Randomisierung, bei der die Untersuchungseinheiten (z.B. Versuchspersonen) zufällig auf die experimentellen Gruppen aufgeteilt werden, so daß vor der experimentellen Behandlung keine systematischen Unterschiede zwischen den experimentellen Gruppen bestehen können, und es daher plausibel erscheint, die später gefundenen Unterschiede auf die inzwischen durchgeführte experimentelle Behandlung zurückzuführen. Weitere solche Kontrolltechniken sind z.B. Konstanthaltung von potentiellen Störvariablen und Parallelisierung (vgl. z.B. Selg & Bauer, 1976, S. 58ff.).

Obwohl diese Forschungsstrategien ohne Zweifel von großer Bedeutung sind, bleibt jedoch ungeklärt, ob sie hinreichend für eine kausale Interpretation von Abhängigkeiten sind, die unter solchen kontrollierten Bedingungen gefunden werden. Eine solche Klärung ist nur zu erhoffen, wenn eine von diesen Kontrolltechniken zunächst unabhängige Definition kausaler Abhängigkeit vorliegt, die dem Forschungsgegenstand der Psychologie und anderen Bio- und Sozialwissenschaften angemessen ist.

Die zweite Richtung in der psychologischen Literatur wurde mit dem Etikett ‚Pfadanalyse' versehen. Vertreter dieser Methode sind der Auffassung, daß eine kausale Interpretation stochastischer Abhängigkeiten auch in nichtexperimentellen Forschungssituationen möglich ist, wenn man die Annahme der Geschlossenheit machen kann. So schreiben z.B. Namboodiri, Carter und Blalock (1975, S. 446): „. . . , das theoretische System muß als theoretisch geschlossen oder komplett angenommen werden, bis auf strikt zufällige Fehlerquellen in den Gleichungen." (Übersetzung durch den Autor). Aber auch hier stellt sich die Frage, was man denn unter „geschlossen" verstehen soll, und was sind „strikt zufällige Fehlerquellen"? Offenbar ist gemeint, daß alle wichtigen Variablen in der betreffenden Gleichung vorkommen. Aber was heißt dann ‚wichtig'? Ist z. B. die abhängige Variable gemessen vor einer experimentellen Behandlung - denn pfadanalytische Modelle sollten in experimentellen Situationen wohl erst recht gelten - eine wichtige Variable, da sie vermutlich eine hohe Korrelation mit der abhängigen Variablen gemessen nach der experimentellen Behandlung aufweist, oder ist sie vielleicht nur wichtig, wenn keine der Kontrolltechniken verwendet wurde, um ihren systematischen Einfluß auszuschalten? Wie kann gegebenenfalls die Annahme der Geschlossenheit falsifiziert werden?

Obwohl die Theorien der pfadanalytischen Modelle weit entwickelt sind, was Schätz- und Testmethoden betrifft (siehe z.B. Goldberger, 1964, Heise, 1975, Jöreskog & Sörbom, 1981, Lohmöller, 1981, Wold, 1981), ist in dieser Literatur keine befriedigende Definition kausaler Abhängigkeit zu finden, obwohl nicht wenige Versuche unternommen wurden (vgl. z.B. Simon, 1952, 1953, Wold, 1954, 1956, 1964, 1969). Einer der klarsten Definitionsvorschläge stammt von Blalock (1971b, S. 20): ,,Wir werden sagen, daß X eine direkte Ursache von Y ist (symbolisiert $X \rightarrow Y$) genau dann, wenn wir eine Veränderung im Mittel von Y hervorbringen können, indem wir X verändern, während alle anderen Variablen konstant gehalten werden, die explizit in das System einbezogen sind und die nicht von Y kausal abhängig sind.“ (Übersetzung durch den Autor).

Die m.E. wesentliche Schwäche dieser Definition liegt darin, daß sie sich, genau wie Simons Versuche, nur auf ein willkürliches und zu enges Modell beziehen ,,- ein Gleichungssystem -, und nicht auf die ,,reale“ Welt, welche das Modell beschreiben soll“ (Simon, 1953, S. 51, Übersetzung durch den Autor). Bezieht man z.B. nur die Variablen X und Y in das Gleichungssystem ein, so wäre Y - Blalocks Definition zufolge - immer von X kausal abhängig, da ja alle anderen Variablen (hier beträgt deren Anzahl Null) konstant gehalten werden. Folglich wäre Blalocks Aussage nur dann sinnvoll, wenn man die Geschlossenheitsannahme macht, daß nämlich alle wichtigen Variablen im Gleichungssystem enthalten sind, eine Annahme, auf deren Unklarheit bereits hingewiesen wurde.

Dennoch enthält Blalocks Definition wohl bereits die entscheidende Grundidee, wenn man die Konstanzbedingung nicht auf die explizit einbezogenen Variablen beschränkt, sondern dabei alle potentiellen Störvariablen einbezieht, die in der betreffenden Situationsklasse explizit und implizit vorhanden sind. Ein sinnvolles Modell muß also in irgendeiner Form alle potentiellen Störvariablen enthalten. Diese Grundidee und die daraus folgenden Konsequenzen sollen in dieser Arbeit expliziert und präzisiert werden. Dabei stellt sich heraus, daß man unter bestimmten Voraussetzungen auch dann solche kausalen Abhängigkeiten feststellen kann, wenn nicht alle potentiellen Störvariablen konstant sind.

Was Blalock und auch Simon offenbar übersehen, ist vor allem, daß unser Modell nicht nur aus einem Gleichungssystem besteht, im einfachsten Fall also nicht nur aus einer Gleichung, welche die Beziehung zwischen zwei Variablen X und Y angibt. Vielmehr handelt es sich bei unserem Modell um eine formale Struktur, welche die gesamte Untersuchungssituationsklasse oder das gesamte Experiment mit allen darin vorkommenden Ereignissen beschreibt. Diese formale Struktur wird mit $(\Omega, \mathcal{A}, P)$ bezeichnet und heißt ‚Wahrscheinlichkeitsraum‘. Dabei ist $\Omega$ die Menge der in der betreffenden Untersuchungssituation vorkommenden Elementarereignisse, $\mathcal{A}$ eine Sigmaalgebra daraus bildbarer einfacher und zusammengesetzter Ereignisse, und P ist eine Funktion, die jedem dieser Ereignisse $A \in \mathcal{A}$ eine feste Wahrscheinlichkeit zuordnet (siehe z.B. Bauer, 1974, S. 129).

Indem jedem einfachen und zusammengesetzten Ereignis eine feste Wahrscheinlichkeit zugeordnet ist, ist eine bestimmte Untersuchungssituationsklasse oder ein Experiment charakterisiert. Dabei müssen diese Wahrscheinlichkeiten keineswegs bekannt sein. Vielmehr ist es u.a. ein Ziel empirischer Untersuchungen, zu datengestützten Schätzungen dieser Wahrscheinlichkeiten zu gelangen.

Wenn nun auf einem solchen Wahrscheinlichkeitsraum, der eine ganz bestimmte Untersuchungssituationsklasse repräsentiert, zwei stochastische Variablen X und Y definiert werden, so haben diese beiden Variablen eine ganz bestimmte Wahrscheinlichkeitsverteilung, die möglicherweise auch durch eine Gleichung[2]) wie z.B.

$$(1.2.1) \qquad Y \underset{fs}{=} \alpha_{Y0} + \alpha_{YX} X + F, \qquad \text{mit} \quad F \underset{fs}{:=} Y - E(Y \mid X),$$

beschrieben werden kann, wobei $E(Y \mid X)$ die bedingte Erwartung von Y unter X, sowie $\alpha_{Y0}$ und $\alpha_{YX}$ reelle Zahlen sind. Unser Modell, und das ist das Entscheidende, besteht aber nicht nur aus dieser Gleichung, wie viele Bücher der angewandten Statistik dem Leser nahelegen; vielmehr schließt dieses Modell den gesamten Wahrscheinlichkeitsraum mit allen darin enthaltenen Ereignissen und deren Wahrscheinlichkeiten ein, und damit auch alle Variablen, die sich auf diesem Wahrscheinlichkeitsraum, in dieser Untersuchungssituationsklasse definieren lassen. In unserem gegenwärtigen Kontext sind dabei vor allem diejenigen stochastischen Variablen W von Bedeutung, die der Experimentalpsychologe als ‚Störvariablen' bezeichnet, und die er mit verschiedenen experimentellen Techniken zu kontrollieren bestrebt ist. So versucht man mit der Kontrolltechnik der Randomisierung zu erreichen, daß die unabhängige Variable X selbst stochastisch unabhängig von allen potentiellen Störvariablen ist. Dies dient ,,u.a. dem Zweck, den Einfluß anderer Faktoren, die diesen Zusammenhang (gemeint ist der zwischen X und Y, der Autor) modifizieren können, auszuschalten" (Bredenkamp, 1980, S. 1).

Das implizite Modell des Experimentalpsychologen besteht demnach nicht nur aus einer Gleichung, wie z.B. Gleichung 1.2.1, sondern aus einer Untersuchungssituationsklasse, in der viele, auch unbekannte Variablen eine Rolle

[2]) Das Zeichen ‚=' in Gleichung 1.2.1 bedeutet ‚fast sicher gleich' oder mit ‚Wahrscheinlichkeit Eins gleich', und ‚$\underset{fs}{:=}$' heißt ‚definitionsgemäß fast sicher gleich'. Die bedingte Erwartung $E(Y \mid X)$ ist in der Stochastik so definiert, daß Aussagen über sie nur ‚mit Wahrscheinlichkeit Eins' oder ‚fast sicher' gelten. Somit werden bei solchen Aussagen ‚Ausnahmen' zugelassen, falls diese die Wahrscheinlichkeit Null haben (siehe Definition A.5.1 im Anhang dieser Arbeit).

spielen, und deren Existenz durch eine sorgfältige Wahl und Anwendung verschiedener Kontrolltechniken berücksichtigt wird. Diese verschiedenen Variablen werden nicht einfach ignoriert, sondern die Untersuchungssituationsklasse, das Experiment, wird nach Möglichkeit so gestaltet, daß die anderen Variablen nicht mehr den Zusammenhang zwischen X und Y modifizieren oder verfälschen können. Im Gegensatz zu Blalocks Vorstellungen spielen im Modell des Experimentalpsychologen also nicht nur die explizit genannten Variablen, im einfachsten Fall X und Y, eine Rolle, sondern die gesamte Untersuchungssituationsklasse mit allen darin beobachtbaren Variablen, auch wenn nicht alle diese Variablen tatsächlich beobachtet werden müssen. Mit anderen Worten ausgedrückt, das Modell des Experimentalpsychologen umfaßt den gesamten Wahrscheinlichkeitsraum, der das gesamte Experiment bzw. die gesamte Untersuchungssituationsklasse repräsentiert, mit allen dabei involvierten Ereignissen und Variablen. Die Gleichung zwischen zwei Variablen X und Y ist nur ein einziger von mehreren Bestandteilen seines Modells.

Wenn ein solches Modell unsere Vorstellungen von dem beschreiben soll, was wir als ‚Realität' bezeichnen, muß ‚kausal' nicht nur eine Eigenschaft des Modells, sondern auch als Eigenschaft dieser ‚Realität' postuliert werden; ansonsten wäre eine solche Modelleigenschaft wohl sinnlos. Demnach muß aber auch eine formale Eigenschaft definiert werden, die ein Modell zu einem kausalen Modell macht, und in Anwendungen muß man wenigstens im Sinne von Poppers Falsifizierungskonzept (siehe z.B. Popper, 1969) überprüfen können, ob in dem betreffenden Fall diese Eigenschaft in der ‚Realität' erfüllt ist.

Diesen grundlegenden Forderungen entsprechen die bisherigen pfadanalytischen Arbeiten nicht. Die dort üblichen Modelltests prüfen, ob das Modell mit den Daten vereinbar ist und vergleichen verschiedene alternative Modelle hinsichtlich dieses Kriteriums. Sie testen jedoch nicht, ob ein solches Modell kausal interpretierbar ist. Es wird auch nicht angegeben, wie die Annahme der Geschlossenheit falsifiziert werden kann.

Solche Mängel können wohl als mitverantwortlich für viele skeptische Stimmen gegenüber ‚Kausalanalysen' und dem Wort ‚kausal' überhaupt angesehen werden. Diese Stimmen reichen von Vorschlägen zur Umbenennung bis zur scheinbaren Ablehnung. Sarris z.B. schlägt in seiner Antwort auf Kraaks (1966) Plädoyer für eine verstärkte Kausalforschung die Bezeichnung „statistisch-gesetzmäßige Dependenzen" vor (Sarris, 1968, S. 184), womit er aber ebenfalls einen stochastischen Kausalbegriff meint. Herrmann (1969, S. 65) scheint einen völlig ablehnenden Standpunkt einzunehmen, wobei er dann aber die ‚neue' ebenso diffuse Bezeichnung des „Bedingens" (ebenda) heranzieht, die wohl auch eher als Umbenennung zu verstehen ist, denn daß mit experimentellen Untersuchungen eben nicht nur rein statistische Zusammenhänge gefunden werden sollen, sondern qualitativ mehr als dies, bestreitet wohl gegenwärtig niemand. Es stellt sich lediglich die Frage, wie diese andere

‚Qualität', die hier als kausale stochastische Abhängigkeit bezeichnet wird, zu definieren ist. Erst dann lassen sich experimentelle und nichtexperimentelle Forschungsstrategien auf einer soliden theoretischen Grundlage auf Vor- und Nachteile hin diskutieren, und in einer gemeinsamen Theorie integrieren.

## 1.3 Überblick

Im vorliegenden Beitrag wird der Versuch unternommen, die oben aufgeworfenen Probleme durch die Entwicklung einer formalen stochastischen Theorie zu lösen, die zur Grundlegung sowohl experimenteller als auch nichtexperimenteller Strategien der empirischen Kausalforschung herangezogen werden kann. Dabei beschränken wir uns auf regressiv lineare oder kurz ‚reglineare' Modelle. Damit ist zwar eine Einschränkung auf relativ einfache Modelle verbunden, aber dennoch fallen unter diese Klasse eine recht große Zahl verschiedener Spezialfalle. Neben den Regressionsmodellen im engeren Sinn, gehören auch Varianz- und faktorenanalytische Modelle zur Klasse der reglinearen Modelle, wie Moosbrugger (1982, in diesem Band) zeigt.

Die grundlegende Frage ist die nach dem Unterschied zwischen einem rein deskriptiven und einem explikativen, kausalen Modell, der nicht nur in der Intention des Anwenders, sondern auch in den formalen Eigenschaften des Modells seinen Niederschlag findet. Aufbauend auf den in der Experimentellen Psychologie und Pädagogik entwickelten Vorstellungen ‚interner Validität', werden dabei die Bedingungen der Vorgeordnetheit und der Invarianz als die entscheidenden formalen Eigenschaften entwickelt, die uns ermöglichen, zwischen deskriptiven und explikativen reglinearen Abhängigkeiten aufgrund rein formaler Kriterien zu unterscheiden.

Die Grundidee interner Validität ist die einer idealen Situation, in der sich reine, unkonfundierte stochastische Abhängigkeiten zwischen den betrachteten Ereignissen oder Variablen zeigen. In einer solchen idealen Situation ist der Einfluß anderer Faktoren, die diese Abhängigkeiten modifizieren oder verfälschen können, ausgeschaltet. Dies bedeutet jedoch nicht etwa, daß alle beeinflussenden Faktoren bekannt oder konstant sein müssen. Vielmehr sind lediglich die ,,konfundierenden Faktoren" (Sarris, 1968, S. 183) für die interne Validität von Bedeutung, da sie die Beziehung zwischen den betrachteten Variablen verfalschen können. Andere beeinflussende Faktoren sind nur insofern wichtig, als sie die Beziehung zwischen den betrachteten Variablen mit Zufallsfehlern verschleiern, so daß wir die gesuchten Beziehungen mit unseren inferenzstatistischen Mitteln weniger leicht entdecken können.

Die abstrakte Vorstellung einer in diesem Sinn ‚validen' oder ‚unkonfundierten' Beziehung zwischen zwei stochastischen Variablen (Zufallsvariablen) kann formal, d.h. ohne jeden Rekurs auf formal undefinierte Begriffe wie

‚Experiment', ‚Zeit', ‚Manipulation' etc. formuliert werden (vgl. dagegen Wold, 1969, S. 448 f.). Der Präzisierung dieser Vorstellung zum Begriff einfacher kausaler reglinearer Abhängigkeit und den Folgerungen daraus sind die Abschnitte 3 bis 5 gewidmet, nachdem wir uns im zweiten Abschnitt anhand eines anschaulichen Beispiels mit konkretem Anschauungsmaterial ausgerüstet haben. In Abschnitt 6 wird dann wieder ein Beispiel behandelt, an dem dann in Abschnitt 7 Fragen des Geltungsbereichs oder der ,,externen Validität" (siehe z.B. Campbell & Stanley, 1963) diskutiert werden können. Im letzten Abschnitt wird schließlich in einer Schlußbetrachtung noch einmal die hier vorgestellte Theorie in Hinsicht auf die sich aus ihr ergebenden praktischen Konsequenzen für die empirische experimentelle und nichtexperimentelle Kausalforschung zusammengefaßt.

Obwohl es in diesem Beitrag nur um die Abhängigkeit zwischen zwei stochastischen Variablen geht, sind die hier entwickelten Ideen auch für komplexere Modelle von Bedeutung. Indem man jeweils eine abhängige und eine unabhängige Variable bei Konstanz der anderen unabhängigen Variablen betrachtet, kann die Theorie einfacher kausaler reglinearer Abhängigkeit auch für Mehrvariablenprobleme zur Theorie direkter und totaler kausaler reglinearer Abhängigkeit fortgeführt werden (siehe Steyer, 1982).

Einige weitere Worte zu dem, was in der vorliegenden Arbeit nicht behandelt wird, scheinen angebracht: In der gesamten Abhandlung werden keinerlei Stichprobenprobleme wie z.B. Hypothesen- und Modellbewertung behandelt. Statt dessen untersuchen wir alle hier diskutierten Fragen gewissermaßen auf ‚Populationsebene', d.h. wir verfahren so, als wären alle Parameter bekannt und müßten nicht erst aus einer Stichprobe geschätzt werden. Deswegen entstehen auch keinerlei statistische Entscheidungsprobleme zwischen verschiedenen Hypothesen über die Parameter, Probleme, die in Anwendungsfällen natürlich in der Regel vorhanden sind. Für solche Stichprobenprobleme sei daher außer auf die bereits genannten Arbeiten auf die einschlägigen Standardwerke zur multivariaten Statistik verwiesen, wie z.B. Ahrens (1968), Anderson (1958), Bock (1975), Bortz (1977), Gaensslen und Schubö (1973), Krishnaiah (1980), Moosbrugger (1978), Rao (1973), Rasch (1976, 1978), Schach und Schäfer (1978), Scheffe (1959), Searle (1971), Tatsuoka (1971), Timm (1975) und Winer (1971).

## *2. Münzen und Elektromagnet*

### 2.1 Einleitende Bemerkungen

Bevor wir eine formale Behandlung kausaler stochastischer Modelle in Angriff nehmen, soll zunächst an einem einfachen Beispiel eine solche kausale stochastische Abhängigkeit beschrieben werden. Wir verfolgen dabei zwei Ziele. Zum einen wollen wir zeigen, daß deterministische Theorien kausaler Abhängigkeit nicht allgemein genug sind, um Abhängigkeiten zu beschreiben, die zwar intuitiv die Bezeichnung ‚kausal‘ verdienen, aber dennoch nur stochastisch sind. Zum anderen soll an diesem Beispiel die formale Darstellung in den späteren Abschnitten veranschaulicht und die zentrale Frage nach dem formalen Unterschied zwischen einem kausalen und einem nichtkausalen Regressionsmodell erläutert werden.

## 2.2 Beschreibung des Beispiels

Das Beispiel besteht aus folgendem Gedankenexperiment: Wir betrachten eine Münze I und eine Münze II, die auf jeweils einer Seite aus Plastik und auf der anderen jeweils aus Metall bestehen. Mit diesen Münzen stellen wir uns einen Versuch vor, der folgendermaßen aussieht: Zuerst wird Münze II, danach Münze I geworfen, und zwar auf eine Platte, welche die Eigenschaften eines ein- und ausschaltbaren Elektromagneten besitzt.

Tabelle 2.2.1: Erste Situationsklasse: Der Elektromagnet ist ausgeschaltet, während die beiden Münzen geworfen werden. Die Ergebnisse des Werfens der Münzen I und II sind bedingt stochastisch unabhängig (siehe Gleichung 2.2.4). Bei den angegebenen Zahlen handelt es sich um bedingte Wahrscheinlichkeiten gegeben das Ereignis Ä, daß der Elektromagnet ausgeschaltet ist.

| | | Münze II fällt auf | | |
|---|---|---|---|---|
| | | Metallseite C | Plastikseite $\bar{C}$ | |
| Münze I fällt auf | Metallseite B | 0.25 | 0.25 | 0.50 |
| | Plastikseite B | 0.25 | 0.25 | 0.50 |
| | | 0.50 | 0.50 | 1.00 |

1. Situationsklasse: Der Elektromagnet ist ausgeschaltet. In der ersten Situationsklasse wird der Versuch: ‚Zuerst Münze II, danach Münze I werfen‘ einmal durchgeführt, und zwar dann, wenn der Elektromagnet ausgeschaltet ist. Wir nehmen dabei der Einfachheit halber an, daß es sich um zwei bezüglich ihrer physikalischen Eigenschaften gleiche Münzen handelt, insofern als beide mit einer Wahrscheinlichkeit von 0.5 auf die Metall- bzw. Plastikseite fallen. Wenn der Elektromagnet aus ist, sind unserer intuitiven Theorie zufol-

ge die Ergebnisse des Werfens beider Münzen sowohl stochastisch als auch kausal voneinander unabhängig. Betrachten wir z.B. die Ereignisse

(2.2.1) B := Münze I fällt auf die Metallseite,

und

(2.2.2) C := Münze II fallt auf die Metallseite,

so erhalten wir demnach die bedingte Wahrscheinlichkeit, daß beide Münzen auf die Metallseite fallen gegeben das Ereignis

(2.2.3) Ä := der Elektromagnet ist ausgeschaltet,

über die Gleichung

(2.2.4) $$P(\mathrm{B} \cap \mathrm{C} \mid \bar{\mathrm{A}}) = P(\mathrm{B} \mid \bar{\mathrm{A}}) \cdot P(\mathrm{C} \mid \bar{\mathrm{A}}) = 0.5 \cdot 0.5 = 0.25$$

(siehe Tabelle 2.2.1). Die angegebenen Wahrscheinlichkeiten kann man sich als relative Häufigkeiten einer Versuchsreihe vorstellen, bei der die einzelnen Versuche, ‚zuerst Münze II, danach Münze I werfen‘, sehr oft durchgeführt wurden. Nachdem diese Wahrscheinlichkeiten einmal bekannt sind, charakterisieren sie jedoch auch jeden einzelnen Versuch[3]).

Tabelle 2.2.2: Zweite Situationsklasse: Der Elektromagnet ist angeschaltet, während die beiden Münzen geworfen werden. Die Ergebnisse des Werfens der Münzen I und II sind auch hier bedingt stochastisch unabhängig (siehe Gleichung 2.2.6), lediglich die bedingten Randwahrscheinlichkeiten sind gegenüber Tabelle 2.2.1 verändert (z.B. 0.9 statt 0.5). Die angegebenen Zahlen sind bedingte Wahrscheinlichkeiten gegeben das Ereignis A, daß der Elektromagnet angeschaltet ist.

| | | Münze II fällt auf | | |
|---|---|---|---|---|
| | | Metallseite C | Plastikseite C | |
| Münze I fällt auf | Metallseite B | 0.81 | 0.09 | 0.90 |
| | Plastikseite $\bar{B}$ | 0.09 | 0.01 | 0.10 |
| | | 0.90 | 0.10 | 1.00 |

[3]) Vergleiche zur Interpretation des Wahrscheinlichkeitsbegriffs z.B. Bunge, 1967, S. 423f., Popper, 1959, oder Stegmüller, 1973, S. 129.

2. Situationsklasse: Der Elektromagnet ist angeschaltet. Die zweite Situationsklasse unterscheidet sich von der ersten dadurch, daß der Elektromagnet angeschaltet ist, während die beiden Münzen geworfen werden. Dies hat zur Folge, daß die bedingte Wahrscheinlichkeit gegeben

(2.2.5) $\qquad$ A := der Elektromagnet ist angeschaltet,

für beide Münzen auf die Metallseite zu fallen erhöht ist, und zwar, wie wir annehmen, auf 0.9. Demgemäß ist nun 0.1 die bedingte Wahrscheinlichkeit für beide Münzen, auf die Plastikseite zu fallen. Auch in dieser Situationsklasse sind die Ergebnisse des Werfens beider Münzen sowohl statistisch, als unserer intuitiven Vorstellung zufolge, auch kausal voneinander unabhängig, und entsprechend finden wir auch hier z.B. die Wahrscheinlichkeit dafür, daß beide Münzen auf die Metallseite fallen durch die Multiplikation der einzelnen bedingten Wahrscheinlichkeiten, also

(2.2.6) $$P(\mathrm{B} \cap \mathrm{C} \mid \mathrm{A}) = P(\mathrm{B} \mid \mathrm{A}) \cdot P(\mathrm{C} \mid \mathrm{A}) = 0.9 \cdot 0.9 = 0.81$$

(siehe Tabelle 2.2.2).

Tabelle 2.2.3: Dritte Situationsklasse: Der Elektromagnet ist mit Wahrscheinlichkeit 0.5 an- bzw. ausgeschaltet, während die beiden Münzen geworfen werden. Die Ergebnisse des Werfens der Münzen I und II sind nicht stochastisch unabhängig (siehe Ungleichung 2.2.7). Bei den angegebenen Zahlen handelt es sich um unbedingte Wahrscheinlichkeiten.

| | | Münze II fällt auf | | |
|---|---|---|---|---|
| | | Metallseite C | Plastikseite $\bar{\mathrm{C}}$ | |
| Münze I fällt auf | Metallseite B | 0.53 | 0.17 | 0.70 |
| | Plastikseite $\bar{\mathrm{B}}$ | 0.17 | 0.13 | 0.30 |
| | | 0.70 | 0.30 | 1.00 |

3. Situationsklasse: Der Elektromagnet ist mit Wahrscheinlichkeit 0.5 an- oder ausgeschaltet. Die dritte Situationsklasse besteht darin, daß der Versuch ‚Zuerst Münze II, danach Münze I werfen' unter der Bedingung durchgeführt wird, daß der Zustand des Elektromagneten unbekannt, und dabei aber mit Wahrscheinlichkeit 0.5 an- oder ausgeschaltet ist, während die beiden Münzen geworfen werden. Die für diese Situationsklasse angegebenen Wahrscheinlichkeiten ergeben sich hier als Mittel der entsprechenden bedingten Wahrscheinlichkeiten in den ersten beiden Situationsklassen.

In dieser dritten Situationsklasse ist ein stochastischer Zusammenhang zwischen den Ergebnissen des Werfens der Münze I und denen des Werfens der Münze II festzustellen. Dabei sind die Münzwurfergebnisse zwar stochastisch (siehe Tabelle 2.2.3), unserer intuitiven Vorstellung zufolge aber nicht kausal voneinander abhängig. Statt dessen sind die Ergebnisse des Werfens der beiden Münzen vom Zustand des Elektromagneten kausal stochastisch abhängig. Ist der Elektromagnet nämlich an, so fallen die beiden Münzen eher auf die Metallseite, und ist er aus, so fallen sie mit unveränderter Wahrscheinlichkeit auf die Metallseite. Variiert der Zustand des Elektromagneten, wie in dieser dritten Situationsklasse, so kommt auf diese Weise auch eine Kovariation der Münzwurfereignisse zustande. Diese stochastische Abhängigkeit äußert sich darin, daß nun anstelle der Gleichungen 2.2.4 oder 2.2.6 die Ungleichung

(2.2.7) $$P(\mathrm{B} \cap \mathrm{C}) = 0.53 \neq P(\mathrm{B}) \cdot P(\mathrm{C}) = 0.7 \cdot 0.7 = 0.49$$

gilt.

Das hier beschriebene Beispiel[4]) ‚Münzen und Elektromagnet' ist in verschiedener Hinsicht für die in dieser Arbeit behandelte Thematik von Interesse, denn es kommen sowohl nichtkausale als auch kausale stochastische Abhängigkeiten vor, nämlich nichtkausale stochastische Abhängigkeiten zwischen den Münzwurfereignissen, und kausale stochastische Abhängigkeiten jeweils eines Münzwurfereignisses vom Zustand des Elektromagneten. Ist dieser nämlich an, so erhöhen sich die bedingten Wahrscheinlichkeiten, für jede der beiden Münzen auf die Metallseite zu fallen von 0.5 auf 0.9, und offenbar können wir mit dem Elektromagneten diese Wahrscheinlichkeiten steuern, obwohl keine deterministische Abhängigkeit der Münzwurfereignisse vom Zustand des Elektromagneten vorliegt (vgl. zum Handlungsaspekt des Kausalbegriffs auch von Wright, 1974).

Um ein analoges Beispiel aus der Psychologie zu erhalten, brauchen wir lediglich an die Stelle der beiden Münzen zwei Versuchspersonen zu setzen, die z.B. auf einen akustischen Reiz mit „ja, ich höre" bzw. „nein, ich höre nicht" antworten. Die Stelle des Elektromagneten nimmt dann der akustische Reiz ein, der in zwei Ausprägungen dargeboten wird.

---

[4]) Ein von der formalen Struktur analoges Beispiel findet sich in Lazarsfeld und Henry (1968, S. 17). Anstelle der beiden Münzen I und II handelt es sich dort um zwei Zeitschriften A und B, die von den befragten Personen gelesen oder nicht gelesen werden, was dem Fallen der Münzen auf die Metall- bzw. Plastikseite entspricht, und an die Stelle des Elektromagneten, der die stochastischen Abhängigkeiten zwischen den Münzwurfereignissen verursacht, tritt die latente Variable „hoher vs. niedriger Ausbildungsstand", welche die Kovariation des Lesens der beiden Zeitschriften herbeiführt.

## 2.3 Abhängigkeit der ersten von der zweiten Münzvariablen

Wir formulieren nun die in der dritten Situationsklasse (siehe Tabelle 2.2.3)[5]) festzustellende stochastische Abhängigkeit des Ergebnisses des Werfens der Münze I von dem Ergebnis des zuerst erfolgenden Werfens der Münze II, wobei wir bewußt den Elektromagneten ignorieren. Die Abhängigkeit dieser Münzwurfergebnisse läßt sich als reglineare Abhängigkeit wie folgt beschreiben: Wir nehmen an, daß der Wahrscheinlichkeitsraum $(\Omega, \mathcal{A}, P)$ die dritte Situationsklasse repräsentiert und definieren die beiden Münzvariablen

(2.3.1) $$Z_I := \begin{cases} 1, & \text{wenn die Münze I auf die Metallseite,} \\ 0, & \text{wenn sie auf die Plastikseite fallt,} \end{cases}$$

(2.3.2) $$Z_{II} := \begin{cases} 1, & \text{wenn die Münze II auf die Metallseite,} \\ 0, & \text{wenn sie auf die Plastikseite fallt,} \end{cases}$$

und das Ereignis

(2.3.3) $$B := \{\omega \in \Omega : Z_I(\omega) = 1\},$$

daß die Münze I auf die Metallseite fallt. Für die Beziehung der beiden Münzvariablen gilt dann die Gleichung[6])

(2.3.4) $$E(Z_I \mid Z_{II}) \underset{fs}{=} \beta_{10} + \beta_{12} Z_{II},$$

wobei $\beta_{10}$ und $\beta_{12}$ reellwertige Konstanten sind. Aus dieser Gleichung folgen, unter Benutzung der Gleichungen A.5.2, A.4.6 und A.4.3 des Anhangs

(2.3.5) $$E(Z_I \mid Z_{II}{=}1) = P(B \mid Z_{II}{=}1) = \beta_{10} + \beta_{12}$$

und

(2.3.6) $$E(Z_I \mid Z_{II}{=}0) = P(B \mid Z_{II}{=}0) = \beta_{10} = 0.17/0.3 = 0.5666$$

(siehe Tabelle 2.2.3). Demnach ist also $\beta_{10}$ bei diesem Beispiel als bedingte Wahrscheinlichkeit für B zu interpretieren, unter der Bedingung nämlich, daß $Z_{II} = 0$ ist. Für $\beta_{12}$ gilt dann gemäß den Gleichungen 2.3.5 und 2.3.6

(2.3.7) $$\beta_{12} = P(B \mid Z_{II}{=}1) - P(B \mid Z_{II}{=}0) =$$
$$= 0.53/0.7 - 0.5666 = 0.1905$$

(siehe wiederum Tabelle 2.2.3). Auf analoge Weise können wir auch die Parameter für die Gleichung

---

[5]) Bei Referenzen mit drei Ziffern geben die ersten beiden Ziffern immer den Abschnitt an.

[6]) Man beachte die Fußnote zur Gleichung 1.2.1.

(2.3.8) $$E(Z_{II} \mid Z_I) \underset{fs}{=} \beta_{20} + \beta_{21} Z_I$$

berechnen, welche die stochastische Abhängigkeit der zweiten von der ersten Münzvariablen angibt. Dabei erhalten wir $\beta_{20} = 0.5666$ und $\beta_{21} = 0.1905$.

Die stochastischen Variablen $Z_I$ und $Z_{II}$ sind nach dem Gesichtspunkt der Handlungsabfolge geordnet, da zuerst die Münze II und dann die Münze I geworfen wird. Dennoch würde es unserer Intuition widersprechen, $\beta_{12}$ kausal zu interpretieren, nur weil $Z_{II}$ der Variablen $Z_I$ vorgeordnet ist. Statt dessen handelt es sich bei $\beta_{12}$ um einen Koeffizienten, der eine nichtkausale reglineare Abhängigkeit beschreibt, bei der $Z_{II}$ der Variablen $Z_I$ durch die festgelegte Handlungsabfolge (zuerst Münze II, dann Münze I werfen) vorgeordnet ist. Die zeitliche Vorgeordnetheit der Variablen ist demnach keine hinreichende Bedingung dafür, daß eine bestehende stochastische Abhängigkeit auch kausal zu interpretieren ist (vgl. z.B. Zimmermann, 1972, S. 40, aber auch z.B. Granger, 1969, 1973, Hosoya, 1977 und Pierce & Haugh, 1977).

## 2.4 Abhängigkeit der Münz- von der Magnetvariablen

Die in der dritten Situationsklasse bestehende stochastische Abhängigkeit zwischen den beiden Münzvariablen läßt sich kausal durch die Variation des Zustands des Elektromagneten erklären. Offenbar handelt es sich um eine kausale Abhängigkeit, die stochastischer Art ist, womit allerdings nicht in Frage gestellt werden soll, daß es prinzipiell möglich ist, die Münzwurfergebnisse deterministisch zu erklären. Allerdings wäre eine solche Theorie weitaus komplexer und schwerer anzuwenden, als die hier behandelte stochastische Theorie, da nicht nur der Zustand des Elektromagneten bekannt sein müßte, sondern auch die Drehgeschwindigkeit der Münzen in allen drei Dimensionen des Raumes, die Wurfhöhe etc.

Für die hier zu besprechende stochastische Theorie benötigen wir lediglich noch die Magnetvariable

(2.4.1) $$Z_M := \begin{cases} 1, \text{ wenn der Elektromagnet an-} \\ 0, \text{ wenn er ausgeschaltet ist.} \end{cases}$$

Die Abhängigkeiten der Münzvariablen $Z_I$ von $Z_{II}$ und der Magnetvariablen $Z_M$ sowie der Variablen $Z_{II}$ von $Z_M$ lassen sich durch die beiden Gleichungen

(2.4.2) $$E(Z_I \mid Z_{II}, Z_M) \underset{fs}{=} P(B \mid Z_{II}, Z_M) \underset{fs}{=}$$
$$\underset{fs}{=} \alpha_{10} + \alpha_{12} Z_{II} + \alpha_{13} Z_M = 0.5 + 0 \cdot Z_{II} + 0.4 \cdot Z_M$$

und

(2.4.3) $$E(Z_{II} \mid Z_M) \underset{fs}{=} P(C \mid Z_M) \underset{fs}{=} \alpha_{20} + \alpha_{23} Z_M = 0.5 + 0.4 \cdot Z_M$$

beschreiben, wobei B das Ereignis ist, daß die Münze I auf die Metallseite fällt, und

(2.4.4) $$C := \{\omega \in \Omega: Z_{II}(\omega) = 1\}$$

das Ereignis ist, daß die Münze II auf die Metallseite fällt.

Die numerischen Werte der in diesen Gleichungen vorkommenden Koeffizienten können aufgrund folgender Überlegungen berechnet werden: Aus den beiden Gleichungen 2.4.2 und 2.4.3 folgen nach den Gleichungen A.5.2, A.4.6 und A.4.3 des Anhangs

(2.4.5) $$P(B \mid Z_{II}=0, Z_M=0) = \alpha_{10} = 0.5,$$

(2.4.6) $$P(B \mid Z_{II}=0, Z_M=1) - P(B \mid Z_{II}=0, Z_M=0) = \alpha_{13} = 0.9 - 0.5 = 0.4,$$

(2.4.7) $$P(B \mid Z_{II}=1, Z_M=0) - P(B \mid Z_{II}=0, Z_M=0) = \alpha_{13} = 0.5 - 0.5 = 0,$$

(2.4.8) $$P(C \mid Z_M=0) = \alpha_{20} = 0.5,$$

und

(2.4.9) $$P(C \mid Z_M=1) - P(C \mid Z_M=0) = \alpha_{23} = 0.9 - 0.5 = 0.4,$$

wobei die in den Tabellen 2.2.1 bis 2.2.3 angegebenen Wahrscheinlichkeiten zugrundeliegen.

Aus den Gleichungen 2.4.2 und 2.4.3 lassen sich mit den in den Gleichungen 2.4.5 bis 2.4.9 angegebenen Koeffizienten die stochastischen Abhängigkeiten zwischen $Z_I$ und $Z_{II}$ ableiten, und in diesem Sinn erklären, denn sie implizieren die folgende Gleichung für die Kovarianz der Variablen $Z_1$ und $Z_{II}$:

(2.4.10) $$C(Z_I,Z_{II}) = C[(\alpha_{10} + \alpha_{13} Z_M + F_I), (\alpha_{20} + \alpha_{23} Z_M + F_{II})],$$

mit

(2.4.11) $$F_I \underset{fs}{:=} Z_I - E(Z_I \mid Z_M)$$

und

(2.4.12) $$F_{II} \underset{fs}{:=} Z_{II} - E(Z_{II} \mid Z_M).$$

Die Kovarianz dieser beiden Residualvariablen mit $Z_M$ ist jeweils Null (siehe die Gleichungen A.5.8 und A.5.13):

(2.4.13) $$C(F_I,Z_M) = C(F_{II},Z_M) = C(F_I,F_{II}) = 0,$$

und das gleiche gilt wegen $E(F_I \mid Z_{II},Z_M) = 0$ und Gleichung A.5.12 auch für die Kovarianz untereinander, was aus den Theoremen A.5.2. und A.5.4 folgt.

Nach den Gleichungen A.3.2, A.3.4 und A.3.5 folgt daher die Kovarianzstrukturgleichung

(2.4.14) $$C(Z_I,Z_{II}) = \alpha_{13}\, C(Z_M,Z_M)\, \alpha_{23} = \alpha_{13}\, V(Z_M)\, \alpha_{23} =$$
$$= 0.4 \cdot 0.25 \cdot 0.4 = 0.04.$$

Dabei haben wir die Varianz $V(Z_M)$ unter Benutzung von $E(Z_M) = P(A) = 0.5$ berechnet (siehe die Gleichungen A.3.2 und A.2.3 und Tabelle 2.2.3), wobei A das Ereignis ist, daß der Elektromagnet angeschaltet ist.

Gleichung 2.4.14 entspricht dem sogenannten Grundtheorem der Pfadanalyse (siehe z.B. Seibel & Nygreen, 1972, S. 7 oder Wright, 1934, S. 163). Der einzige Unterschied besteht darin, daß bei Wright nicht die Kovarianzen, sondern die Korrelationen zugrunde gelegt werden. Gleichung 2.4.14 ist jedoch keine besondere Eigenschaft kausaler Modelle, wie man manche Autoren (vgl. z.B. Hummell & Ziegler, 1976b, S. E 61 ff.) verstehen könnte, da sie bereits aus den Gleichungen 2.4.2 und 2.4.3 folgt.

$C(F_I,F_{II}) = 0$ besagt, daß die Erklärung der Kovarianz von $Z_I$ und $Z_{II}$ durch die Gleichungen 2.4.2 und 2.4.3 perfekt ist. Dies kann jedoch nicht als Kriterium für die kausale Interpretierbarkeit der durch die Gleichungen 2.4.2 und 2.4.3 beschriebenen Abhängigkeiten herangezogen werden. Würden wir nämlich nur die Münze II werfen, dann würde Gleichung 2.4.3 immer noch die kausale Abhängigkeit der Münzvariablen $Z_{II}$ von der Magnetvariablen $Z_M$ beschreiben, obwohl dann gar keine Kovarianz $C(F_I,F_{II})$ vorkäme.

Die auf die oben beschriebene Weise ohne zusätzliche Annahmen aus den Gleichungen 2.4.2 und 2.4.3 abgeleitete Kovarianz zwischen $Z_I$ und $Z_{II}$ stimmt exakt mit derjenigen Kovarianz für diese beiden Variablen überein, die wir direkt aus den Daten der Tabelle 2.2.3 berechnen können.

Die Kovarianz zwischen zwei stochastischen Variablen X und Y mit den Erwartungswerten E(X) und E(Y) ist definiert durch

(2.4.15) $$C(X,Y) := E\big([X - E(X)] \cdot [Y - E(Y)]\big).$$

Daraus und aus der für eine diskrete stochastische Variable Z mit Erwartungswert E(Z) und den Werten $z_i$ gültigen Definitionsgleichung A.2.3 des Anhangs für den Erwartungswert berechnen wir nun die Kovarianz $C(Z_I,Z_{II})$. Wenden wir die Gleichung A.2.3 auf das in Gleichung 2.4.15 vorkommende Produkt $[X - E(X)] \cdot [Y - E(Y)]$ an, so erhalten wir

(2.4.16) $$\begin{aligned} C(Z_I,Z_{II}) &= (1 - 0.7) \cdot (1 - 0.7) \cdot P(B \cap C) + \\ &+ (1 - 0.7) \cdot (0 - 0.7) \cdot P(B \cap \bar{C}) + \\ &+ (0 - 0.7) \cdot (1 - 0.7) \cdot P(\bar{B} \cap C) + \\ &+ (0 - 0.7) \cdot (0 - 0.7) \cdot P(\bar{B} \cap \bar{C}) = \\ &= 0.09 \cdot 0.53 + (-0.21) \cdot 0.17 + \\ &+ (-0.21) \cdot 0.17 + 0.49 \cdot 0.13 = \\ &= 0.04. \end{aligned}$$

Da die beiden Variablen nur zwei Werte annehmen können, ist mit der Kovarianz die gesamte stochastische Abhängigkeit zwischen den beiden Münzvariablen $Z_I$ und $Z_{II}$ beschrieben. Sie ist in diesem Sinn durch die in den Gleichungen 2.4.2 und 2.4.3 beschriebene Abhängigkeit dieser beiden Variablen von der Magnetvariablen $Z_M$ erklärt.

## 2.5 Das Problem

Unserer Intuition gemäß sind die Koeffizienten $\alpha_{23}$, $\alpha_{12}$ und $\alpha_{13}$ aus den Gleichungen 2.4.2 bzw. 2.4.3, welche die Abhängigkeiten der Münz- von der Magnetvariablen beschreiben, kausal zu interpretieren. Es stellt sich nun jedoch die Frage, welches eigentlich die formalen Unterschiede zwischen der hier vorliegenden kausalen Abhängigkeit der Münz- von der Magnetvariablen und der durch Gleichung 2.3.4 beschriebenen nichtkausalen reglinearen Abhängigkeit der Münzvariablen $Z_I$ von der Münzvariablen $Z_{II}$ ist. In beiden Fällen liegen korrekte Regressionsgleichungen[7]) vor, aber dennoch beschreibt die eine unserer Intuition nach nur eine nichtkausale, die andere hingegen eine kausale reglineare Abhängigkeit.

Das in der experimentellen psychologischen und pädagogischen Forschung hierfür entwickelte Kriterium ist das der ‚internen Validität', welches im nachfolgenden Abschnitt behandelt werden soll.

## 2.6 Zusammenfassende Bemerkungen

In diesem Kapitel wurde ein Beispiel behandelt, in dem sowohl intuitiv kausale als auch nichtkausale Abhängigkeiten vorkommen, die erstens alle nichtdeterministisch sind, und sich zweitens alle durch eine Regressionsgleichung korrekt beschreiben lassen. Es wurde gezeigt, daß weder diese Beschreibbarkeit durch eine Regressionsgleichung, noch eine zeitliche Geordnetheit der Variablen ein hinreichendes Kriterium zur Unterscheidung der kausalen von der nichtkausalen Abhängigkeit sein kann. Somit ist die Frage aufgeworfen, welche Bedingung als ein solches hinreichendes Kriterium für eine kausale Interpretierbarkeit stochastischer Abhängigkeiten herangezogen werden kann.

# *3. Interne Validität*

## 3.1 Einleitende Bemerkungen

Der Begriff der internen Validität wurde neben dem der externen Validität (siehe Abschnitt 7) als eines von zwei Gütekriterien empirischer Untersuchun-

---

[7]) Die genannten Abhängigkeiten könnten jeweils auch mit einer Strukturgleichung beschrieben werden. In den hier vorliegenden Fällen aber wäre eine solche Strukturgleichung mit der entsprechenden Regressionsgleichung formal äquivalent.

gen von Donald T. Campbell (siehe z.B. Campbell, 1957 sowie Campbell & Stanley, 1963) eingeführt. Campbell und Stanley (1963, S. 175) schreiben: ,,Interne Validität ist das grundlegende Minimum, ohne das jedes Experiment uninterpretierbar ist: Haben tatsächlich die experimentellen Behandlungen in diesem Fall einen Unterschied herbeigeführt?“ (Übersetzung durch den Autor).

Noch deutlicher, und in ihrer Formulierung nicht mehr nur auf experimentelle Untersuchungen beschränkt, formulieren Cook und Campbell (1979, S. ix) die Beziehung zwischen interner Validität und kausaler Abhängigkeit, indem sie schreiben: ,,Als Bedrohung der internen Validität sind Faktoren anzusehen, die zu ungültigen Schlüssen darüber führen können, ob eine Beziehung zwischen manipulierten oder gemessenen Variablen einen kausalen Einfluß von der einen auf die andere widerspiegelt.“ (Übersetzung durch den Autor). Offenbar verstehen Cook und Campbell unter interner Validität eine Bedingung, unter der eine kausale Interpretation stochastischer Abhängigkeit möglich ist. Die Vorstellung, daß kausale Abhängigkeit sich nur unter bestimmten idealen Bedingungen auch in einer entsprechenden stochastischen Abhängigkeit äußert, ist wohl recht plausibel, denn auch deterministische physikalische Gesetze gelten ja nur unter idealen Voraussetzungen, in denen störende Einflüsse ausgeschaltet sind. Man denke nur an das Laub, das, obwohl dem Fallgesetz unterworfen, nicht fallt, sondern in einem warmen Luftstrom, dem Fallgesetz und zugleich den Gesetzen der Aerodynamik gehorchend nach oben getragen wird.

In diesem Abschnitt ist es unser Ziel, die intuitiven Vorstellungen, die dem Begriff der internen Validität zugrunde liegen, an einigen Beispielen zu erläutern, auf einige Unterschiede unseres Verständnisses zu den von anderen Autoren vertretenen Versionen dieses Konzepts hinzuweisen und damit die im nächsten Kapitel beginnende formale Behandlung vorzubereiten.

## 3.2 Grundideen

Die Grundidee einer intern validen Abhängigkeit einer Variablen Y von einer zweiten Variablen X besteht im wesentlichen aus der Vorstellung, daß keine anderen Variablen W existieren, die den Zusammenhang zwischen X und Y modifizieren (vgl. Bredenkamp, 1980, S. 1). Bei dieser Formulierung wird nicht berücksichtigt, ob W zwischen X und Y angeordnet ist oder nicht. Bedenken wir den Fall, daß eine Variable X eine zweite Variable Y nur indirekt über eine dritte Variable W beeinflußt, so kann durchaus der Fall eintreten, daß bei Konstanthaltung von W der Zusammenhang zwischen X und Y verschwindet. Dies ist jedoch m.E. kein Grund die Validität dieses Zusammenhangs in Frage zu stellen, sondern lediglich seine Direktheit. Ein kausaler

Zusammenhang zwischen zwei Variablen X und Y ist m. E. ohne zwischen X und Y vermittelnde Variablen gar nicht denkbar. Als potentielle Störvariablen, welche die Beziehung zwischen X und Y modifizieren können, sollen daher im folgenden nicht alle Variablen betrachtet werden, sondern nur diejenigen Variablen W, die X gleich- oder vorgeordnet sind.

In diesem Sinn modifiziert, besagt also die hier vertretene Idee einer intern validen Abhängigkeit, daß bei Konstanz einer beliebigen potentiellen Störvariablen W auf einem ihrer Werte w, die Abhängigkeit der Variablen Y von X unter dieser Konstanzbedingung dieselbe ist, wie diejenige, die man beobachtet, wenn W nicht konstant ist. Von einer intern validen Abhängigkeit der Variablen Y von X erwarten wir also, daß sie sich mit der Ausprägung einer dritten Variablen W nicht verändert, falls W der Variablen X gleich- oder vorgeordnet ist. Eine solche Veränderung war im Beispiel ‚Münzen und Elektromagnet' eingetreten, denn die zwischen den Münzvariablen $Z_I$ und $Z_{II}$ festgestellte stochastische Abhängigkeit (siehe Tabelle 2.2.3) weicht einer Unabhängigkeit, wenn die Magnetvariable $Z_M$ konstant ist (siehe die Tabellen 2.2.1 und 2.2.2). Folglich ist die Abhängigkeit der ersten Münzvariablen $Z_I$ von der zweiten Münzvariabeln $Z_{II}$ nicht intern valide. Da wir interne Validität, neben der zeitlichen Geordnetheit der Variablen, als eine notwendige Bedingung kausaler stochastischer Abhängigkeit ansehen, ist im Fall der Abhängigkeit der ersten von der zweiten Münzvariablen, die durch Gleichung 2.3.4 beschrieben wird, auch keine kausale Interpretation des Steigungskoeffizienten möglich.

Eine ähnliche Auffassung kausaler stochastischer Abhängigkeit scheint auch Suppes (1970, S. 10) zu vertreten, wenn er schreibt: „... ein Ereignis ist die Ursache eines anderen, wenn auf das Erscheinen des ersten Ereignisses mit hoher Wahrscheinlichkeit ein zweites Ereignis folgt, und es kein drittes Ereignis gibt, welches den probabilistischen Zusammenhang zwischen dem ersten und dem zweiten Ereignis zum Verschwinden bringt“ (Übersetzung durch den Autor). Auch bei Suppes sind wohl die beiden wesentlichen Komponenten die zeitliche Abfolge („folgt auf“) und die ideale Situation, daß es nämlich kein drittes Ereignis gibt, welches die Beziehung zwischen den betrachteten beiden Ereignissen „zum Verschwinden bringt“.

In der hier vertretenen Version dieser Grundidee wird diese zweite Bedingung in einer Hinsicht etwas gelockert, indem wir nur von den X gleich- oder vorgeordneten Variablen W verlangen, daß sie den Zusammenhang zwischen X und Y nicht modifizieren und damit verfalschen. In einer zweiten Hinsicht wird diese Bedingung verschärft, indem wir nicht nur keine dritten Ereignisse oder Variablen zulassen, die den Zusammenhang zwischen X und Y „zum Verschwinden“ bringen, sondern jede Art von Modifizierung durch eine solche Variable W verbieten. Die hohe Wahrscheinlichkeit, mit der das zweite Ereignis auf das erste folgen soll, ist dagegen m.E. keine notwendige Bedingung für eine kausale stochastische Abhängigkeit, sondern nur für deren praktische Bedeutsamkeit. Während in diesem grundlegenden Ansatz große Gemeinsamkeit mit der Arbeit von Suppes festzustellen ist, weichen die hier vorgestellte Theorie und die von Suppes in der Präzisierung dieser Vorstellungen stark voneinander ab, was im einzelnen jedoch hier nicht weiter verfolgt werden kann. Als wichtigste Idee der in beiden Theorien vorkommenden idealen Situation, in der sich eine kausale Abhängigkeit entsprechend äußern kann, und die man als interne Validität bezeichnen kann, bleibt jedoch festzuhalten, daß in einer solchen Situationsklasse die stochastische Abhängigkeit einer Variablen Y von X in gewisser Weise invariant bleibt, wenn eine andere, X gleich- oder vorgeordnete Variable W auf einem bestimmten Wert konstant ist. Dies ist wohl, mit Variablen anstatt mit Ereignissen ausgedrückt, eine ähnliche Vorstellung, wie sie Suppes im obigen Zitat äußert.

Dabei ist allerdings zu beachten, daß wir mit dieser Invarianzbedingung jeweils nur stochastische Variablen auf dem gleichen Wahrscheinlichkeitsraum betrachten, daß wir uns also jeweils nur innerhalb einer bestimmten Untersuchung, einer bestimmten Situationsklasse oder eines bestimmten Experiments bewegen. Selbstverständlich wird beispielsweise die Abhängigkeit der Münzvariablen $Z_I$ von der Magnetvariablen $Z_M$ eine ganz andere sein, wenn wir z.B. die Wurfhöhe verändern, so daß die Zeit, in welcher der Elektromagnet wirken kann, verändert ist. Damit betrachten wir jedoch bereits ein anderes Experiment, nämlich eines mit anderer Wurfhöhe, als das in Abschnitt 2 beschriebene, was durch einen anderen Wahrscheinlichkeitsraum zu repräsentieren wäre. Natürlich können wir auch ein größeres Experiment betrachten, in dem beide oder auch beliebig viele Wurfhöhen vorkommen, so daß dann auch der Einfluß des Elektromagneten auf die Münzwurfergebnisse bei verschiedenen Wurfhöhen untersucht werden könnte. Aussagen über die Abhängigkeit der Münz- von der Magnetvariablen in einem solchen größeren Experiment bzw. größeren Wahrscheinlichkeitsraum haben natürlich einen größeren Geltungsbereich - eben diesen größeren Wahrscheinlichkeitsraum - als wenn die Aussage nur für eine einzige Wurfhöhe gemacht wird. Die Frage der Größe des Geltungsbereichs ist von der Frage der internen Validität für einen bestimmten Geltungsbereich verschieden. Erstere hängt eng mit dem Begriff der ‚externen Validität' zusammen, auf die wir im Abschnitt 7 näher eingehen. Das Entscheidende beim Konzept der internen Validität ist, daß man sich jeweils nur auf einen bestimmten Geltungsbereich, ein einziges, aber prinzipiell wiederholbares Experiment, eine einzige Situationsklasse bezieht. Diese Aussage behält auch für solche Situationsklassen ihre Gültigkeit, die sehr kompliziert sind, und in denen daher sehr viele Variablen involviert sind.

In den nachfolgenden Abschnitten wollen wir an den aus der Pfadanalyse (siehe z.B. Wright 1921, 1934, 1960a,b) bekannten Pfeilschemata einige Fälle behandeln, in denen eine dritte Variable die interne Validität der Beziehung zwischen zwei Variablen verhindert, und solche, in denen dies nicht zutrifft. Dabei betrachten wir nur solche Fälle, in denen X mit keiner anderen gleich-oder vorgeordneten Variablen W in einer varianzanalytischen Interaktion steht. Diese besagt ja definitionsgemäß, daß der ‚Effekt' von X auf Y nicht auf allen Ausprägungen von W der gleiche ist. Die Variable W würde daher in einem solchen Fall den Zusammenhang zwischen X und Y modifizieren, was gemäß der oben erläuterten Invarianzbedingung gegen eine interne Validität der Abhängigkeit der Variablen Y von X sprechen würde. Im folgenden werden wir uns daher mit einer anderen Art der Modifizierung einer Abhängigkeit zweier Variablen durch eine dritte beschäftigen.

## 3.3 Fälle, in denen keine interne Validität besteht

In den nun zu besprechenden Abbildungen nehmen wir an, daß nur die Variablen X und Y beobachtet werden, daß es aber noch eine dritte Variable W gibt, von deren Existenz der Beobachter aber nichts weiß, was durch die dunkel markierte Fläche angedeutet werden soll. Die durch die Pfeile dargestellten kausalen Abhängigkeiten sind nicht deterministisch, was durch die unbeschrifteten kleinen Pfeile symbolisiert wird.

Abbildung 3.3.1 zeigt eine ähnliche Situation, wie sie bereits im Beispiel ‚Münzen und Elektromagnet' beschrieben wurde, in dem nämlich die zwischen den Münzvariablen auftretende stochastische Abhängigkeit durch die Magnetvariable zu erklären ist. In einer solchen Situation besteht keine interne Validität bezüglich der Abhängigkeit der Variablen Y von der Variablen X, da die zwischen X und Y zu beobachtende stochastische Abhängigkeit zumindest teilweise, wenn nicht sogar - wie bei der Abhängigkeit der ersten von der zweiten Münzvariablen - ausschließlich, durch die gemeinsame Abhängigkeit von W zustandekommt. Der Regressionskoeffizient würde in einer solchen Situation nicht das korrekte Ausmaß der einfachen kausalen reglinearen Abhängigkeit angeben.

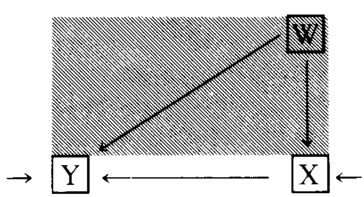


Abb. 3.3.1: In dieser Situation, in der Y von X sowie X und Y von einer dritten Variablen W direkt kausal abhängig sind, besteht bezüglich der Abhängigkeit der Variablen Y von X keine interne Validität.

Simon (1954) hat die in der Abbildung 3.3.1 skizzierte Abhängigkeit der Variablen Y von X als ,,spurious correlation" bezeichnet, was mit Scheinkorrelation übersetzt wird (siehe z.B. Hummell & Ziegler, 1976a). Dieser Begriff, der auch von anderen Autoren (siehe z.B. Namboodiri, Carter & Blalock, 1975, oder Suppes, 1970) verwendet wird, bezeichnet demnach den Fall, daß die betreffende korrelative Abhängigkeit nicht der kausalen Abhängigkeit entspricht, oder daß keine interne Validität gegeben ist.

Wenn wir uns einen Vorgriff auf erst noch einzuführende Begriffe erlauben, so können wir den in Abbildung 3.3.1 dargestellten Fall auch wie folgt formulieren: Wir nehmen an, daß sich die kausalen reglinearen Abhängigkeiten der Variablen Y in der Situation der Abbildung 3.3.1 durch die Gleichung[8])

(3.3.1) $$E(Y \mid X,W) \underset{fs}{=} \alpha_{Y0} + \alpha_{YX}\, X + \alpha_{YW}\, W$$

beschreiben lassen, wobei $\alpha_{YX}$ der direkte kausale reglineare Effekt von X auf Y und $\alpha_{YW}$ der von W auf Y ist. Dabei setzen wir voraus, daß Y den beiden Variablen X und W zeitlich nachgeordnet ist, und daß keine Interaktion im varianzanalytischen Sinn zwischen X und W besteht; andernfalls müßte nämlich die Summe auf der rechten Seite dieser Gleichung noch um den Term $X \cdot W$, versehen mit einem entsprechenden Koeffizienten, erweitert werden (siehe z.B. Searle, 1971, S. 289).

Stellen wir in dieser Situation die Frage nach der internen Validität der Abhängigkeit der Variablen Y von X, so wollen wir wissen, ob der Steigungskoeffizient $\beta_{YX}$ der Gleichung

(3.3.2) $$E(Y \mid X) \underset{fs}{=} \beta_{Y0} + \beta_{YX}\, X$$

mit dem Koeffizienten $\alpha_{YX}$ aus Gleichung 3.3.1 identisch ist, d.h. wir stellen uns damit die Frage, ob es in dieser Situation nötig ist, die Variable W zu kontrollieren, sei es durch ‚statistische Konstanthaltung‘ oder durch ‚faktische Konstanthaltung‘ (siehe Abschnitt 5.3), um den kausalen Effekt $\alpha_{YX}$ von X auf Y feststellen zu können.

Würden wir nun W ignorieren und die bedingte Erwartung $E(Y \mid X)$ bilden, dann erhielten wir aus der Gleichung 3.3.1, unter Verwendung der Gleichungen A.5.7, A.5.10 und A.5.5 des Anhangs

(3.3.3) $$E[E(Y \mid X,W) \mid X] \underset{fs}{=} E(Y \mid X) \underset{fs}{=}$$
$$\underset{fs}{=} \alpha_{Y0} + \alpha_{YX}\, X + \alpha_{YW}\, E(W \mid X).$$

Diese Gleichung würde dann zu einem Steigungskoeffizienten führen, der mit $\alpha_{YX}$ identisch ist, wenn

(3.3.4) $$\alpha_{YW} = 0,$$

[8]) Man beachte die Fußnote zur Gleichung 1.2.1. Bei Referenzen mit drei Ziffern weisen die ersten beiden auf den Abschnitt hin.

oder wenn die bedingte Erwartung

(3.3.5) $$E(W \mid X) \underset{fs}{=} E(W)$$

konstant wäre. Die letzte Gleichung würde z.B. im Fall der stochastischen Unabhängigkeit von X und W zutreffen, und die vorletzte, wenn der direkte kausale reglineare Effekt von W auf Y gleich Null wäre. Diese beiden Bedingungen sind aber in dem in Abbildung 3.3.1 dargestellten Fall voraussetzungsgemäß nicht erfüllt. ‚Interne Validität' bezüglich der Abhängigkeit der Variablen Y von X soll also in dem hier behandelten Fall beinhalten, daß der Term $\alpha_{YW}\, E(W \mid X)$ eine Konstante ist, denn nur dann erhalten wir in Gleichung 3.3.2 einen Steigungskoeffizienten $\beta_{YX}$, der mit dem direkten kausalen reglinearen Effekt $\alpha_{YX}$ von X auf Y aus Gleichung 3.3.1 identisch ist, und nur dann würde W nicht den Zusammenhang zwischen X und Y modifizieren oder verfälschen (vgl. Bredenkamp, 1980, S. 1).

Mit diesen Ausführungen wird bereits angedeutet, daß interne Validität bezüglich der Abhängigkeit der Variablen Y von einer Variablen X nicht die einzige Bedingung ist, um einen kausalen Effekt von X auf Y feststellen zu können. Vielmehr kann man kausale Parameter auch durch ‚statistische Kontrolle' erhalten, nämlich durch die Einbeziehung einer weiteren Variablen W in das Modell (siehe Gleichung 3.3.1). Darauf werden wir etwas ausführlicher im Abschnitt 8 eingehen.

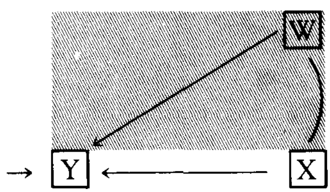


Abb. 3.3.2: In dieser Situation, in der Y außer von X auch von eine dritten Variablen W direkt kausal abhängig ist, die ihrerseits mit X korreliert, besteht bezüglich der Abhängigkeit der Variablen Y von X ebenfalls keine interne Validität.

Eine ganz ähnliche Situation wie die oben besprochene ist auch in Abbildung 3.3.2 dargestellt, in der ebenfalls eine dritte Variable W Information über Y enthält, die nicht bereits in X enthalten ist. Auch für diese Situation nehmen wir an, daß sich die direkten kausalen reglinearen Abhängigkeiten der Variablen Y durch die Gleichung 3.3.1 beschreiben lassen, und entsprechend sind die gleichen Argumente wie oben auch hier gültig. Im Gegensatz zur Abbildung 3.3.1 ist hier jedoch nur angenommen, daß X und W miteinander korrelieren. In einem solchen Fall ist die interne Validität aus den gleichen Gründen wie in der Situation der Abbildung 3.3.1 nicht gegeben, so daß man auch hier nicht davon ausgehen kann, daß die beobachtete reglineare Abhängigkeit der Variablen Y von X der kausalen entspricht. Bei Ignorierung von W ergibt sich der Regressionskoeffizient $\beta_{YX}$, der nicht mit dem kausalen Effekt $\alpha_{YX}$ aus Gleichung 3.3.1 identisch ist, da wir voraussetzen, daß weder Gleichung 3.3.4 noch Gleichung 3.3.5 (wegen der Korrelation zwischen X und W) gilt. Demnach wird auch in diesem Fall die Beziehung zwischen X und Y durch W modifiziert.

## 3.4 Fälle, in denen möglicherweise interne Validität besteht

In den nun zu besprechenden Fällen spricht die Variable W nicht dagegen, daß die Abhängigkeit der Variablen Y von X intern valide ist, was bei entsprechender zeitlicher Geordnetheit der Variablen heißt, daß W in dieser Situation kein Hindernis ist, die beobachtete reglineare Abhängigkeit der Variablen Y von X kausal zu interpretieren. Dabei beachte man aber, daß man im allgemeinen nicht an einer einzigen potentiellen Störvariablen W entscheiden kann, ob tatsächlich interne Validität vorliegt. Eine einzige Störvariable genügt gegebenenfalls lediglich zur Entscheidung, daß interne Validität nicht vorliegt. Eine positive definitive Entscheidung, daß interne Validität vorliegt, wäre nur möglich, wenn man alle potentiellen Störvariablen kennen und kontrollieren würde. Demnach bleibt in der Regel nur der Weg der Falsifizierung im Sinne Poppers (Popper, 1969).

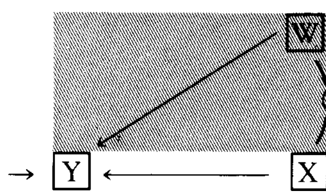


Abb. 3.4.1: In dieser Situation, in der Y außer von X auch von W direkt kausal abhängig ist, spricht W nicht gegen die interne Validität bezüglich der Abhängigkeit der Variablen Y von X. Im Gegensatz zu Abbildung 3.3.2 ist hier angenommen, daß X und W stochastisch unabhängig sind.

In Abbildung 3.4.1 ist dargestellt, daß Y auch von einer dritten Variablen W kausal abhängig ist, wobei jedoch W und X stochastisch unabhängig sind, und außerdem angenommen wird, daß zwischen X und W keine Interaktion im varianzanalytischen Sinn besteht, so daß die Abhängigkeit der Variablen Y von X bei verschiedenen Ausprägungen von W identisch ist. Wegen der hier vorausgesetzten Unabhängigkeit zwischen X und W aber läßt sich die Abhängigkeit zwischen Y und X nicht durch W erklären, da die stochastische Unabhängigkeit zwischen X und W die Gleichung 3.3.5 impliziert, so daß der Term $\alpha_{YW}\, E(W \mid X)$ in Gleichung 3.3.3 eine Konstante ist. Daraus folgt aber, daß die Koeffizienten $\alpha_{YX}$ und $\beta_{YX}$ aus den Gleichungen 3.3.1 bzw. 3.3.2 identisch sind. In dieser Situation modifiziert also W die Beziehung zwischen X und Y nicht, d.h. W ist keine konfundierende Variable.

Im Fall der Abbildung 3.4.2 ist X selbst von einer weiteren Variablen W direkt kausal abhängig, aber Y ist von W direkt kausal reglinear unabhängig, was durch den Nullpfeil von W nach Y symbolisiert ist. Auf Gleichung 3.3.1 bezogen heißt das, daß $\alpha_{YW} = 0$ gilt, weswegen auch in diesem Fall der Term $\alpha_{YW}\, E(W \mid X)$ in Gleichung 3.3.3 eine Konstante ist, so daß auch hier W nicht den Zusammenhang zwischen X und Y modifiziert. Dabei beachte man allerdings, daß wir voraussetzen, daß zwischen X und W keine Interaktion im varianzanalytischen Sinn besteht.

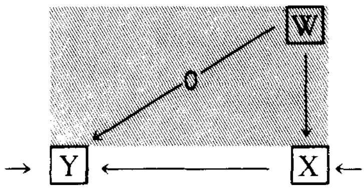


Abb. 3.4.2: In dieser Situation ist X selbst von einer dritten Variablen W direkt kausal abhängig, so daß auf diesem Weg Y und W zwar stochastisch voneinander abhängig sind, aber nicht direkt kausal. In dieser Situation spricht W nicht gegen die interne Validität bezüglich der Abhängigkeit der Variablen Y von X.

Im Fall der Abbildung 3.4.3 ist die kausale Abhängigkeit zwischen Y und X lediglich nicht mehr direkt, wenn man von der um W erweiterten Variablenmenge ausgeht. In diesem Punkt unterscheidet sich die hier entwickelte Auffassung interner Validität von der von Cook und Campbell (1979, S. 50)

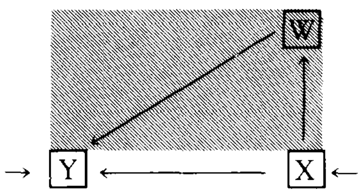


Abb. 3.4.3 In dieser Situation ist sowohl Y als auch W, von der Variablen X direkt kausal abhängig. Darüber hinaus ist Y auch von W direkt kausal abhängig. Die interne Validität der Abhängigkeit der Variablen Y von X ist durch W nicht gefährdet. Die bezüglich der Variablenmenge {X,Y} direkte kausale Abhängigkeit der Variablen Y von X ist jedoch bezogen auf die um W erweiterte Menge {W,X,Y} nur noch eine totale, die sich aus direkten und indirekten kausalen Abhängigkeiten zusammensetzt.

vertretenen, da die genannten Autoren in diesem Fall, anstelle der Direktheit der Beziehung, deren interne Validität in Frage stellen. In der Regel können wir jedoch nie ausschließen, daß es, wie in Abbildung 3.4.3 skizziert, noch weitere Variablen W gibt, die zwischen X und Y anzuordnen wären. Im Falle der zeitlichen Interpretation einer solchen Ordnung heißt dies, daß es wohl immer eine zwischen der beeinflussenden und der beeinflußten Variablen anzuordnende dritte Variable W gibt, auch wenn diese bis dahin unbekannt und nicht erhoben ist. Ohne die Existenz solcher zwischen Ursache und Wirkung vermittelnden Variablen wäre ein kausaler Zusammenhang wohl auch kaum denkbar. Dabei könnte sogar der Fall eintreten, daß überhaupt keine direkte kausale Abhängigkeit der Variablen Y von X besteht und deren beobachtete stochastische Abhängigkeit allein über eine vermittelnde Variable W zu erklären ist.

Als Beispiel für die in Abbildung 3.4.3 dargestellte Situation kann Rosenthals (siehe z.B. Rosenthal, 1964, 1966, Selg & Bauer, 1976, S. 59ff. oder auch Timäus, 1974) Versuchsleitereffekt angeführt werden, bei dem die oft unberücksichtigte Variable W = ‚Erwartung des Versuchsleiters' einen Einfluß auf die abhängige Variable Y hat und ihrerseits von der eigentlich unabhängigen Variablen X beeinflußt wird, welche die Zugehörigkeit zu den experimentellen Gruppen anzeigt.

Bei einem Versuchsleitereffekt handelt es sich also um einen Unterschied zwischen den experimentellen Gruppen, oder, was damit gleichbedeutend ist, um einen Zusammenhang zwischen der abhängigen Variablen und der unabhängigen Variablen, welche die Gruppenzugehörigkeit anzeigt, der nicht direkt auf die eigentlichen experimentellen Behandlungen zurückzuführen ist, sondern auf die vom Versuchsleiter ‚ausgestrahlten' Erwartungen bezüglich des Versuchsergebnisses, welche die Versuchspersonen bewußt oder unbewußt zu erfüllen bestrebt sind. Solchen Effekten ist nur durch Blind- oder Doppelblindversuche vorzubeugen, bei denen auch der Versuchsleiter im unklaren über den Zweck des Versuchs gelassen wird.

Ein weiteres Beispiel für die Situation der Abbildung 3.4.3 ist der sogenannte Hawthorneeffekt, den Wilkening und Wilkening (1979, S. t 5) wie folgt beschreiben: „In einem der Experimente sollte die Leistung von Arbeitern an einem besonders hell beleuchteten Arbeitsplatz („Experimentalgruppe") mit der Leistung von Arbeitern an einem normal beleuchteten Platz („Kontrollgruppe") verglichen werden. Die Experimentalgruppe zeigte höhere Leistungswerte. Aufgrund dieses Ergebnisses schloß der Versuchsleiter, daß zusätzliche Beleuchtung die Produktivität erhöht.

In einem Anschlußexperiment wurde die Beleuchtung bei der Experimentalgruppe wieder derjenigen der Kontrollgruppe angeglichen. Erstaunlicherweise verschlechterte sich hierdurch die Arbeitsleistung der Experimentalgruppe nicht."

Diese Ergebnisse interpretieren Wilkening und Wilkening folgendermaßen: „Aufgrund der Versuchsbeschreibung ist anzunehmen, daß eine wesentliche Variable nicht konstantgehalten worden ist, und zwar das Wissen der Arbeiter, Teilnehmer an einem Experiment zu sein. Während die Mitglieder der „Kontrollgruppe“ nichts von einer im Werk durchgeführten Untersuchung wußten, fühlten sich die Arbeiter der Experimentalgruppe dadurch, daß ihr Verhalten beobachtet und registriert wurde, als „Versuchspersonen“, die sich der Aufmerksamkeit der Geschäftsleitung bewußt waren. Dieses Wissen allein genügte, um die Leistung zu verbessern. Hätte man es konstantgehalten, indem man die Mitglieder von Experimental- und Kontrollgruppe in gleicher Weise über ihre Rolle als Versuchsperson informiert hätte, wären vermutlich keine Unterschiede zwischen den beiden Beleuchtungsbedingungen beobachtet worden“ (1979, S.t7).

Offenbar wurde bei dieser Untersuchung die Variable W = ‚Motivation durch Wissen/ Nichtwissen um Teilnahme an einer Untersuchung‘ von der eigentlichen unabhängigen Variablen X beeinflußt, so daß die festgestellte Abhängigkeit der Variablen Y von X nicht direkt auf X zurückgeführt werden kann, wenn man dieses ‚direkt‘ auf die Variablenmenge {W,X,Y} bezieht. Bezüglich der beiden Variablen X und Y wäre diese Abhängigkeit hingegen direkt.

Die in Abbildung 3.4.3 dargestellten kausalen Abhängigkeiten lassen sich durch die beiden Gleichungen

$$(3.4.1) \qquad E(Y \mid X,W) \underset{fs}{=} \alpha_{Y0} + \alpha_{YX}\, X + \alpha_{YW}\, W, \qquad \text{mit} \quad \alpha_{YW} \neq 0,$$

und

$$(3.4.2) \qquad E(W \mid X) \underset{fs}{=} \alpha_{W0} + \alpha_{WX}\, X, \qquad \text{mit} \quad \alpha_{WX} \neq 0,$$

beschreiben. Würden wir in diesem Fall W ignorieren, so erhielten wir als Steigungskoeffizienten nicht $\alpha_{YX}$, der die bezüglich {W,X,Y} direkte kausale reglineare Abhängigkeit der Variablen Y von X angibt, sondern den totalen kausalen reglinearen Effekt $\beta_{YX} := \alpha_{YX} + \alpha_{YW} \cdot \alpha_{WX}$ von X auf Y, denn nach den Gleichungen A.5.7, A.5.10 und A.5.5 des Anhangs gilt

$$(3.4.3) \qquad E[E(Y \mid X,W) \mid X] \underset{fs}{=} E(Y \mid X) \underset{fs}{=}$$
$$\underset{fs}{=} \alpha_{Y0} + \alpha_{YX}\, X + \alpha_{YW}\, E(W \mid X) \underset{fs}{=}$$
$$\underset{fs}{=} (\alpha_{Y0} + \alpha_{YW} \cdot \alpha_{W0}) + (\alpha_{YX} + \alpha_{YW} \cdot \alpha_{WX})\, X,$$

wobei man den Übergang von der zweiten zur dritten Formelzeile durch Einsetzen der Gleichung 3.4.2 erhält. Man beachte, daß der bezüglich aller drei Variablen totale kausale reglineare Parameter $\beta_{YX} := \alpha_{YX} + \alpha_{YW} \cdot \alpha_{WX}$ bezüglich der Variablenmenge {X,Y} direkt ist.

In Abbildung 3.4.4 schließlich ist von Y noch eine weitere Variable W abhängig, was für die interne Validität bezüglich der Variablen Y von X nicht von Bedeutung ist, denn es gibt wohl keinen Grund zu erwarten, daß bei Konstanz einer nachgeordneten Variablen W noch die gleiche stochastische Abhängigkeit zwischen Y und X besteht. Wenn nämlich Y und W stochastisch abhängig sind, so haben wir mit dem Wert von W auch Information über Y. Bei einer vollständigen Abhängigkeit der Variablen W von Y läge sogar mit einem Wert von W auch der von Y fest, so daß dann bei gegebenem Wert von W die Variable Y konstant und daher unabhängig von X wäre. Dies aber sollte wohl nicht gegen eine eventuelle interne Validität der Abhängigkeit der Variablen Y von X sprechen.

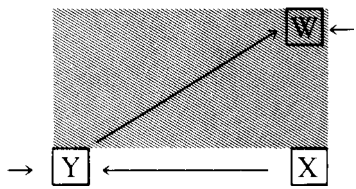


Abb. 3.4.4: In dieser Situation ist nicht nur Y von X, sondern auch die dritte Variable W von Y direkt kausal abhängig. Dadurch wird die interne Validität der Abhängigkeit der Variablen Y von X nicht gefährdet.

Bei allen in diesem Abschnitt behandelten Fällen haben wir vorausgesetzt, daß die Abbildungen die tatsächlichen kausalen Abhängigkeiten beschreiben, daß also die in diesen Pfeildiagrammen angedeuteten Fehlervariablen ,,strikt zufällig“ (vgl. Namboodiri et al., 1975, S. 446) sind. Auf diese Weise haben wir zwar einige Grundideen erläutern können, aber das eigentliche Problem der Definition einer ‚kausalen‘ oder ‚intern validen‘ Abhängigkeit ist damit noch nicht gelöst, genausowenig wie das Problem, wie man in Anwendungsfällen empirisch überprüfen kann, ob ein bestimmtes Pfeildiagramm und die zugehörigen Gleichungen tatsächlich die kausalen Abhängigkeiten beschreiben. Diesen Aufgaben wollen wir uns in den folgenden Abschnitten zuwenden.

## 3.5 Zusammenfassende Bemerkungen

In diesem Abschnitt wurde die Grundidee interner Validität bezüglich der Abhängigkeit einer Variablen Y von einer zweiten Variablen X erläutert. Diese besteht darin, daß keine dritte X gleich- oder vorgeordnete Variable W existiert, welche die Beziehung zwischen X und Y modifiziert. Gibt es eine dritte Variable W, die zwischen X und Y anzuordnen ist, dann kann W nicht die interne Validität, sondern nur die Direktheit der Beziehung in Frage stellen. Hierin unterscheidet sich die hier vertretene Auffassung von der von anderen Autoren geäußerten (siehe z.B. Cook & Campbell, 1979, S. 50). Die oben genannte Grundidee wurde durch die folgende Invarianzbedingung konkretisiert: Die Beziehung zwischen X und Y muß bei Konstanz einer X gleich- oder vorgeordneten Variablen W invariant bleiben, wenn interne Validität bezüglich der Abhängigkeit der Variablen Y und X bestehen soll. Anhand verschiedener Pfeilschemata wurde diese Vorstellung erläutert.

# *4. Einfache kausale reglineare Abhängigkeit*

## 4.1 Einleitende Bemerkungen

In diesem Abschnitt ist es unser Ziel, den Begriff ‚*einfache* kausale reglineare Abhängigkeit' formal zu definieren, und damit die idealen Bedingungen anzugeben, unter denen eine kausale regressiv lineare oder ‚reglineare' Abhängigkeit zwischen einer Variablen Y und *einer* Variablen X beobachtet werden kann, um im nächsten Abschnitt die Eigenschaften dieses Begriffs mathematisch untersuchen zu können. Diese sollen dann angeben, in welchen Fällen eine einfache kausale reglineare Abhängigkeit vorliegt, und in welchen nicht.

Wir sprechen dabei von einfacher kausaler reglinearer Abhängigkeit, um diese Art der kausalen Abhängigkeit, die sich durch eine *einfache* Regressionsgleichung mit einer unabhängigen Variablen beschreiben läßt, von der direkten kausalen reglinearen Abhängigkeit abzugrenzen, zu deren Beschreibung eine multiple Regressionsgleichung mit mehreren unabhängigen Variablen benötigt wird. Der Begriff der direkten kausalen reglinearen Abhängigkeit wird dann wichtig, wenn die Situation eine (statistische) Kontrolle anderer unabhängiger Variablen erfordert, die möglicherweise auch zwischen X und Y angeordnet sind.

In den folgenden Abschnitten besprechen wir zunächst die Bedingungen der Vorgeordnetheit sowie der Invarianz getrennt, und fassen diese dann in der Definition einfacher kausaler reglinearer Abhängigkeit zusammen.

## 4.2 Vorgeordnetheit

Eine Formalisierung der im Abschnitt 3 beschriebenen intuitiven Vorstellungen interner Validität ist offenbar nur möglich, wenn wir in einer gegebenen Situationsklasse von den Variablen X und Y entscheiden können, ob X der Variablen Y vorgeordnet ist. In Anwendungen kann man sich als dabei zu verwendendes Kriterium ‚X ist zeitlich Y vorgeordnet' denken. Eine gewisse Geordnetheit der Variablen ist aber auch aus folgenden Gründen wichtig: Existiert eine weitere Variable W, die X gleich- oder vorgeordnet ist (siehe die Abbildungen 3.3.1 bis 3.4.2), dann ist W eine Variable, welche möglicherweise die interne Validität der Abhängigkeit der Variablen Y von X gefährden kann, wie z.B. in den Abbildungen 3.3.1 und 3.3.2. Ist hingegen X einer dritten

Variablen W vorgeordnet, wie in den Abbildungen 3.4.3 und 3.4.4, dann ist die interne Validität der Abhängigkeit der Variablen Y von X durch W nicht gefährdet, sondern nur deren Direktheit.

Wir wollen nun präzisieren, was wir unter Vorgeordnetheit verstehen wollen. Zur Veranschaulichung der dazu benötigten Begriffe der Stochastik betrachten wir zunächst den Wahrscheinlichkeitsraum $(\Omega, \mathcal{A}, P)$, der die bestimmte Situationsklasse repräsentieren soll, in der die Münzen I und II geworfen werden. Dabei besteht die Menge

(4.2.1) $$\Omega = \{(a_1,b_1),(a_1,b_2),(a_2,b_1),(a_2,b_2)\},$$

aus den vier Elementarereignissen

(4.2.2) $$(a_i,b_j) = \begin{array}{l}\text{Münze I fällt auf die i-te Seite und}\\ \text{Münze II fällt auf die j-te Seite,}\end{array} \qquad i,j \in \{1,2\},$$

die beim Werfen der beiden Münzen I und II auftreten können. Nun können wir die mit dem Werfen der ersten Münze verbundenen Ereignisse in der Sigmaalgebra

(4.2.3) $$\big\{\{(a_1,b_1),(a_1,b_2)\},\ \{(a_2,b_1),(a_2,b_2)\},\ \Omega,\ \emptyset\big\}$$

zusammenfassen, die zugleich die von der stochastischen Variablen

(4.2.4) $$Z_I = \begin{cases} 1, \text{ wenn die Münze I auf die Seite 1,} \\ 0, \text{ wenn sie auf die Seite 2 fällt,} \end{cases}$$

erzeugte Sigmaalgebra $\mathcal{A}(Z_I)$ ist (vgl. z.B. Bauer, 1974, S. 42). Dabei repräsentiert beispielsweise $A = \{(a_1,b_1),(a_1,b_2)\}$ das Ereignis, daß die Münze I auf die Seite 1 fällt und daß $Z_I$ den Wert 1 annimmt.

Die von einer Funktion und im besonderen von einer stochastischen Variablen X erzeugte Sigmaalgebra enthält alle Ereignisse

(4.2.5) $$A := \{\omega \in \Omega\colon X(\omega) = x\},$$

daß X einen bestimmten Wert x angenommen hat, als Elemente, aber sie enthält auch alle Vereinigungsmengen solcher Ereignisse. Die von der stochastischen Variablen

(4.2.6) $$Z_{II} = \begin{cases} 1, \text{ wenn die Münze II auf die Seite 1,} \\ 0, \text{ wenn sie auf die Seite 2 fällt,} \end{cases}$$

erzeugte Sigmaalgebra $\mathcal{A}(Z_{II})$ ist daher

(4.2.7) $$\big\{\{(a_1,b_1),(a_2,b_1)\},\ \{(a_1,b_2),(a_2,b_2)\},\ \Omega,\ \emptyset\big\}.$$

Diese Formalisierung ist jedoch für unsere Zwecke zu vereinfachend, da die beim Werfen zweier Münzen auftretenden Ereignisse nicht nur die unter 4.2.3 und 4.2.7 genannten sind, die ja nur die Endergebnisse des Werfens der beiden Münzen repräsentieren. Auch bei einem solch einfachen Beispiel könnten wir zu jedem Zeitpunkt t in diesem Versuch unendlich viele Ereignisse nennen, z.B. jene, welche die räumliche Lage der Münzen oder deren Drehgeschwindigkeit angeben. Eine vollständige explizite Beschreibung dieses Versuchs müßte alle diese Ereignisse enthalten, einschließlich der diesen Ereignissen zugeordneten Wahrscheinlichkeiten. Das bedeutet jedoch nicht, daß wir alle Ereignisse explizit angeben oder gar, daß deren Wahrscheinlichkeiten bekannt sein oder geschätzt werden müssen. Allerdings muß eine formale Struktur zugrunde gelegt werden, die uns zum einen in die Lage versetzt, bei der formalen Abhandlung zwischen je zwei Zeitpunkten s und t einen weiteren Zeitpunkt anzunehmen, und zum anderen ermöglicht, gegebenenfalls auf alle bei diesem Versuch möglichen Ereignisse und Variablen zurückgreifen zu können, die ja u.U. Störereignisse bzw. Störvariablen sein können.

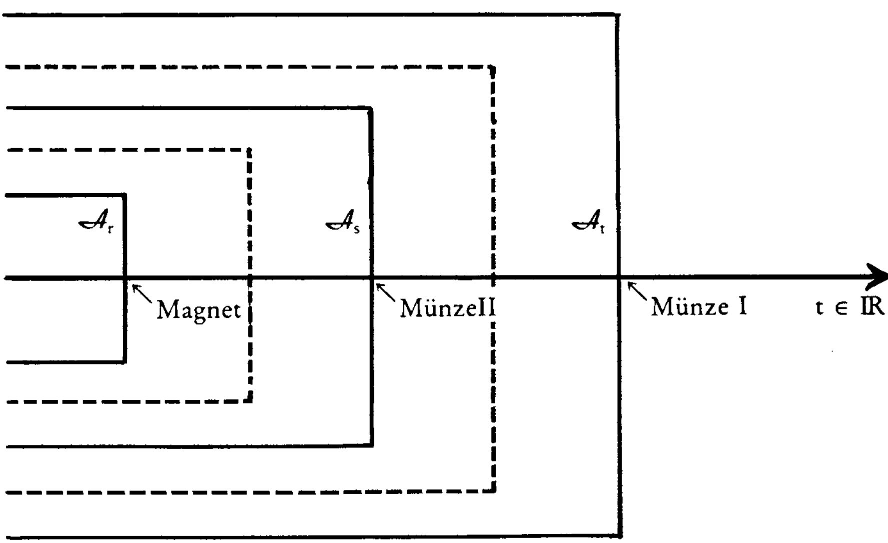


Abb. 4.2.1: Anordnung der betrachteten Ereignisse auf der Zeitachse und schematisierte Darstellung einer isotonen Familie ($\mathcal{A}_t$, $t \in \mathbb{R}$) von Sigmaalgebren.

Eine formale Struktur, die diesen Anforderungen genügt, ist die isotone oder monoton wachsende Familie von Sigmaalgebren, worunter man eine Familie ($\mathcal{A}_t$, $t \in \mathbb{R}$) von Sigmaalgebren versteht mit der Eigenschaft

(4.2.8) $$\mathcal{A}_s \subset \mathcal{A}_t, \quad \text{falls } s \leqq t, \text{ wobei } s,t \in \mathbb{R}$$

(siehe z.B. Bauer, 1974, S. 314). Demnach enthält eine solche Sigmaalgebra

$\mathcal{A}_t$ alle bis zum Punkt t möglichen Ereignisse als Elemente (siehe Abbildung 4.2.1).

Indem wir eine isotone Familie von Sigmaalgebren zugrunde legen, können wir ‚Vorgeordnetheit' sowohl für stochastische Variablen als auch für Sigmaalgebren und Ereignisse nun wie folgt definieren:

---

*Definition 4.2.1.* Es seien $(\Omega, \mathcal{A}, P)$ ein Wahrscheinlichkeitsraum, $\mathcal{B}$ und $\mathcal{C}$ zwei Teilsigmaalgebren von $\mathcal{A}$, $\mathbb{R}$ die Menge der reellen Zahlen versehen mit den üblichen Ordnungsrelationen $\geqq$, $\leqq$, $<$ sowie $>$, und $(\mathcal{A}_t,\ t \in \mathbb{R})$ sei eine isotone Familie von Sigmaalgebren mit

(4.2.9) $$\mathcal{A}\Big(\bigcup_{t \in \mathbb{R}} \mathcal{A}_t\Big) = \mathcal{A}.$$

Die Sigmaalgebra $\mathcal{B}$ heißt $\mathcal{C}$ (bezüglich $(\mathcal{A}_t,\ t \in \mathbb{R})$) vorgeordnet genau dann, wenn zwei Elemente $s, t \in \mathbb{R}$, $s < t$, existieren, für die gilt:

(4.2.10) $$\mathcal{B} \subset \mathcal{A}_s,\ \mathcal{C} \subset \mathcal{A}_t \text{ und } \mathcal{C} \not\subset \mathcal{A}_s.$$

Die stochastische Variable X heißt der stochastischen Variablen Y (bezüglich $(\mathcal{A}_t,\ t \in \mathbb{R})$) vorgeordnet genau dann, wenn die von X erzeugte Sigmaalgebra $\mathcal{A}(X)$ der von Y erzeugten Sigmaalgebra $\mathcal{A}(Y)$ vorgeordnet ist.

Das Ereignis $A \in \mathcal{A}$ heißt dem Ereignis $B \in \mathcal{A}$ (bezüglich $(\mathcal{A}_t,\ t \in \mathbb{R})$) vorgeordnet genau dann, wenn die Indikatorvariable $1_A$ der Indikatorvariablen $1_B$ vorgeordnet ist[9]).

---

Auf unser obiges Beispiel des Werfens zweier Münzen angewandt, können wir also sagen, daß die Variable $Z_{II}$ der Variablen $Z_I$ vorgeordnet ist, da die Münze II zum Zeitpunkt s und die Münze I zum Zeitpunkt t geworfen wird. Enthält die Sigmaalgebra $\mathcal{A}_s$ alle bis zum Zeitpunkt s möglichen Ereignisse, so ist also $\mathcal{A}(Z_{II})$ Teilmenge von $\mathcal{A}_s$, nicht jedoch $\mathcal{A}(Z_I)$, da Münze I erst zum Zeitpunkt $t > s$ geworfen wird:

(4.2.11) $$\mathcal{A}(Z_{II}) \subset \mathcal{A}_s,\ \mathcal{A}(Z_I) \subset \mathcal{A}_t \text{ und } \mathcal{A}(Z_I) \not\subset \mathcal{A}_s$$

(siehe Abbildung 4.2.1).

Auf die entsprechende Weise ist auch die Vorgeordnetheit einer Sigmaalgebra gegenüber einer stochastischen Variablen oder die Vorgeordnetheit einer stochastischen Variablen gegenüber einem Ereignis und umgekehrt definiert. Eine stochastische Variable X z.B. soll einem Ereignis A vorgeordnet heißen genau

---

[9]) Eine stochastische Variable, die nur die Werte Null (für $\bar{A}$) und Eins (für A) annehmen kann, nennt man in der Wahrscheinlichkeitstheorie Indikatorvariable für das Ereignis A und man benutzt normalerweise das Symbol $1_A$.

dann, wenn $\mathcal{A}(X)$ der von der Indikatorvariablen $1_A$ erzeugten Sigmaalgebra $\mathcal{A}(1_A) = \{A, \bar{A}, \Omega, \emptyset\}$ vorgeordnet ist.

Der Begriff der Vorgeordnetheit bezieht sich also immer auf eine bestimmte isotone Familie $(\mathcal{A}_t,\ t \in \mathbb{R})$ von Sigmaalgebren. In Anwendungen[10] kann eine solche Sigmalalgebra $\mathcal{A}_t$ als die Menge der bis einschließlich zum Zeitpunkt t möglichen Ereignisse interpretiert werden. Dabei sind nicht etwa Meßzeitpunkte entscheidend, sondern vielmehr die ‚Wirkzeitpunkte'. Wann Variablen tatsächlich erhoben werden, ist eher eine technische Frage und hat mit der eigentlich inhaltlichen Theorie nur bedingt zu tun.

Auch der Begriff ‚Gleichgeordnetheit' läßt sich nun exakt wie folgt bestimmen :

---

Definition 4.2.2. Es mögen wieder die Voraussetzungen und Schreibweisen gelten, die in der Definition 4.2.1 aufgeführt sind.

Die *Sigmaalgebra* $\mathcal{B}$ heißt $\mathcal{C}$ (bezüglich $(\mathcal{A}_t,\ t \in \mathbb{R})$) gleichgeordnet genau dann, wenn $\mathcal{C}$ nicht $\mathcal{B}$ und $\mathcal{B}$ nicht $\mathcal{C}$ vorgeordnet ist, und ein $t \in \mathbb{R}$ existiert mit

(4.2.12) $$\mathcal{B} \subset \mathcal{A}_t \text{ und } \mathcal{C} \subset \mathcal{A}_t.$$

Die stochastische Variable X heißt der stochastischen Variablen Y (bezüglich $(\mathcal{A}_t,\ t \in \mathbb{R})$) gleichgeordnet genau dann, wenn $\mathcal{A}(X)$ und $\mathcal{A}(Y)$ gleich geordnet sind.

Das Ereignis $A \in \mathcal{A}$ heißt dem Ereignis $B \in \mathcal{A}$ (bezüglich $(\mathcal{A}_t,\ t \in \mathbb{R})$) gleichgeordnet genau dann, wenn $\mathcal{A}(1_A)$ und $\mathcal{A}(1_B)$ gleichgeordnet sind.

---

Gleichgeordnetheit kann in Anwendungsfallen als zeitliche Gleichgeordnetheit interpretiert werden, aber andere Interpretationen sind ebensogut denkbar. Als Beispiel zweier gleichgeordneter Variablen kann man sich zwei gleichzeitig experimentell manipulierte unabhängige Variablen $X_1$ und $X_2$ vorstellen.

## 4.3 Invarianz

Die Bedingung, daß X der Variablen Y vorgeordnet ist, ist eine notwendige, aber keineswegs hinreichende Bedingung einer einfachen kausalen reglinearen

---

[10]) Wie bei jedem formalen Begriff sind auch bei dem der Vorgeordnetheit prinzipiell andere Anwendungen und „Interpretationen" erlaubt, insbesondere auch solche, in denen $\mathbb{R}$ nicht als Zeitmenge interpretiert wird. Ob solche alternativen Interpretationen ebenfalls zu etwas Sinnvollem führen, vermag ich zur Zeit nicht zu beurteilen.

Abhängigkeit der Variablen Y von X, wie wir bereits im Abschnitt 2.3 festgestellt haben, in dem die Abhängigkeit der ersten von der zweiten Münzvariablen für das Beispiel ‚Münzen und Elektromagnet' behandelt wurde. Unser Ziel ist nun, formale Eigenschaften zu finden, welche die Fälle der Abbildungen 3.3.1 und 3.3.2, in denen keine interne Validität besteht, von denjenigen der Abbildungen 3.4.1 und 3.4.2 unterscheiden, in denen durch die dritte Variable W die Validität nicht in Frage gestellt wird. Für die anderen beiden Fälle der Abbildungen 3.4.3 und 3.4.4 haben wir ja bereits festgestellt, daß dort X der Variablen W vorgeordnet ist, womit W die Validität der Abhängigkeit der Variablen Y von X nicht gefährden kann. In diesen Fällen ist W also keine potentielle Störvariable, da sie höchstens, wie im Fall der Abbildung 3.4.3, dazu führt, daß eine bezüglich {X,Y} direkte kausale reglineare Abhängigkeit, bezogen auf die um W erweiterte Variablenmenge {W,X,Y} nicht mehr direkt ist (vgl. hierzu auch Hummell & Ziegler, 1976b, S. E 57). Zur Unterscheidung der Fälle der Abbildungen 3.3.1 und 3.3.2 von denen der Abbildungen 3.4.1 und 3.4.2 ist offenbar die Forderung, daß X der Variablen Y vorgeordnet ist, nicht hinreichend, da dies für jeden der genannten vier Fälle zutrifft, wenn auch diese Vorgeordnetheit zweifellos eine notwendige Bedingung für eine einfache kausale reglineare Abhängigkeit ist.

Notwendig, aber ebenfalls nicht hinreichend ist die Gültigkeit einer Gleichung vom Typ

(4.3.1) $$E(Y \mid X) \underset{fs}{=} \alpha_{Y0} + \alpha_{YX} X,$$

durch die eine reglineare Abhängigkeit definiert ist. Die in dieser Gleichung vorkommende reelle Zahl bezeichnen wir als Steigungskoeffizient der Regression von Y unter X. In Abschnitt 2 haben wir gesehen, daß mit einer solchen Gleichung sowohl die intuitiv kausale reglineare Abhängigkeit der Münz- von der Magnetvariablen, als auch die nichtkausale reglineare Abhängigkeit der ersten von der zweiten Münzvariablen beschrieben werden können (siehe die Gleichungen 2.3.4, 2.4.2 und 2.4.3).

Diese gesuchte Eigenschaft[11]), die neben der Vorgeordnetheit eine einfache kausale reglineare Abhängigkeit der Variablen Y von X definieren soll, ist die Formalisierung der Vorstellung, daß eine solche Abhängigkeit nicht von der Ausprägung w einer potentiellen Störvariablen W abhängen darf. Damit präzisieren wir die Idee, daß eine potentielle Störvariable W nicht den Zusammenhang zwischen X und Y „modifizieren" (Bredenkamp, 1980, S. 1) darf, oder

---

[11]) Diese Eigenschaft wurde ähnlich auch schon von Lazarsfeld (1955, S. 125) verbal formuliert. Hummell und Ziegler (1976b, S. E 32) haben nicht akzeptiert, daß dabei tatsächlich alle potentiellen Störvariablen auf dem zugrunde gelegten Wahrscheinlichkeitsraum wichtig sind, und eben nicht nur die in der Theorie spezifizierten, die also in der Modellgleichung vorkommen. Das Argument, daß solche Kausalaussagen nicht im Sinne einer Verifikation überprüft werden können, spricht nicht gegen ein solches Konzept, da ja die Überprüfung nach dem Falsifikationsverfahren möglich ist.

anders formuliert, daß keine ,,konfundierenden Faktoren“ existieren dürfen (vgl. z.B. Sarris, 1968, S. 183).

Dabei ist es unerheblich, ob eine solche Variable W erhoben wurde oder nicht. Wesentlich ist nur, daß W eine stochastische Variable auf dem gleichen Wahrscheinlichkeitsraum $(\Omega, \mathcal{A}, P)$ ist, der die betreffende Situationsklasse repräsentiert, so daß W prinzipiell erhoben werden könnte. Beim Beispiel ‚Münzen und Elektromagnet‘ beispielsweise ist die Magnetvariable $Z_M$ auch dann vorhanden und hat eine Wirkung auf die Münzwurfergebnisse, wenn sie nicht erhoben wird. Dagegen wäre eine Variable, die den Zustand eines zweiten Elektromagneten anzeigen würde und eine Varianz größer Null hätte, keine stochastische Variable auf dem gleichen Wahrscheinlichkeitsraum, da aus der Beschreibung des Beispiels zumindest implizit hervorgeht, daß dort nur ein einziger Elektromagnet installiert ist. Ein Experiment, in dem zwei Elektromagneten vorkommen, würde durch einen anderen Wahrscheinlichkeitsraum repräsentiert, als das beschriebene Experiment, in dem es nur einen einzigen Elektromagneten gibt.

Wir wollen nun zunächst präzisieren, was wir unter potentiellen Störvariablen W verstehen wollen. Die Bedingung, daß W der Variablen X gleich- oder vorgeordnet ist, reicht nicht aus, da dann auch $W_1 = X\ Z$, $W_2 = X + Z$ u.ä. potentielle Störvariablen wären, falls Z der Variablen X gleich- oder vorgeordnet ist, was aus Definition 4.2.2 folgt. Als potentielle Störvariablen sollen aber nur solche Variablen gelten, die unabhängig von X definiert sind. Die folgende Definition stellt dies sicher.

---

Definition 4.3.1. Es mögen wieder die Voraussetzungen und Schreibweisen gelten, die in der Definition 4.2.1 aufgeführt sind. Außerdem seien X und W stochastische Variablen und Z: $\Omega \rightarrow \mathbb{R}^n$, $n \in \{1,2,...\}$, ein stochastischer Vektor auf $(\Omega, \mathcal{A}, P)$.

W heißt potentielle Störvariable bezüglich X [und $(\mathcal{A}_t,\ t \in \mathbb{R})$] genau dann, wenn gilt: a) W ist X gleich- oder vorgeordnet, b) Wenn $W = f(X,Z)$, wobei Z der Variablen X gleich- oder vorgeordnet ist und f: $X(\Omega) \times Z(\Omega) \rightarrow \mathbb{R}$, so existiert eine Funktion g: $Z(\Omega) \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(X,Z) = g(Z)$. [$X(\Omega)$ ist dabei das Bild von $\Omega$ unter X.]

---

Variablen wie $W_1 = X \cdot Z$ oder $W_2 = X + Z$ sind demnach keine potentiellen Störvariablen bezüglich X, da sie nicht nur von Z, sondern auch von X abhängen (siehe Punkt b der obigen Definition).

Am folgenden Fall soll nun die Invarianzbedingung weiter erläutert werden: Angenommen, die Variable Y wäre sowohl von X, als auch von W kausal abhängig, und diese kausale Abhängigkeit ließe sich durch

$$E(Y \mid X,W) \underset{fs}{=} \beta_{Y0} + \beta_{YX} X + \beta_{YW} W \tag{4.3.2}$$

beschreiben, wobei X und W stochastisch unabhängig seien, so daß auch $E(W \mid X)$

= E(W) gilt. Dann gälte nach den Gleichungen A.5.7, A.5.5 und A.5.10 die Gleichung 4.3.1 mit = $\beta_{Y0}$ + $\beta_{YW}$ E(W) und = $\beta_{YX}$, d.h. der Effekt von W auf Y wäre additiv zu dem von X. Für die bedingte Erwartung von Y unter X gegeben das Ereignis A, daß W den Wert w angenommen hat, gilt dann auch

$$E_A(Y \mid X) \underset{P_A\text{-fs}}{=} (\beta_{Y0} + \beta_{YW}\, w) + \beta_{YX}\, X = \alpha_{Y0} + \alpha_{YX}\, X, \tag{4.3.3}$$

wobei = $\beta_{Y0}$ + $\beta_{YW}$ w und $\alpha_{YX}$ = $\beta_{YX}$. Das bedeutet, daß der Steigungskoeffizient $\alpha_{YX}$ aus Gleichung 4.3.1 invariant bleibt, wenn die potentielle Störvariable W konstant gehalten wird, d.h. W ist keine tatsächliche Störvariable.

Die Invarianz von $\alpha_{YX}$ ist nicht selbstverständlich. Gilt z.B. weder $\beta_{YW}$ = 0, noch $E(W \mid X) \underset{\text{fs}}{=} E(W)$, so folgt aus Gleichung 4.3.2 und den oben angegebenen Gleichungen des Anhangs, daß $\alpha \quad \neq \beta_{YX}$. Folglich gilt dann bei Konstanz von W nicht mehr der Steigungskoeffizient $\alpha_{YX}$. W ist dann tatsächlich eine Störvariable, die den Zusammenhang zwischen X und Y modifiziert. Die Invarianzbedingung postuliert aber genau diese Invarianz des Steigungskoeffizienten bei Konstanz aller potentiellen Störvariablen.

## 4.4 Definition

Nach diesen Überlegungen soll eine stochastische Variable Y von einer zweiten stochastischen Variablen X genau dann einfach kausal reglinear abhängig heißen, wenn erstens X der Variablen Y vorgeordnet ist und zweitens die Invarianzbedingung gilt. Dies soll präziser in der folgenden Definition festgehalten werden:

---

Definition 4.4.1. Es seien X und Y stochastische Variablen auf dem Wahrscheinlichkeitsraum $(\Omega, \mathcal{A}, P)$ mit den Erwartungswerten E(X) bzw. E(Y). $(\mathcal{A}_t,\ t \in \mathbb{R})$ sei eine isotone Familie von Sigmaalgebren mit & $(\bigcup_{t \in \mathbb{R}} \mathcal{A}_t) = \mathcal{A}$. Außerdem sei Y von X reglinear abhängig, d.h.

$$E(Y \mid X) \underset{\text{fs}}{=} \alpha_{Y0} + \alpha_{YX}\, X. \tag{4.4.1}$$

Die Variable Y heißt von X (bezüglich $(\mathcal{A}_t,\ t \in \mathbb{R})$) einfach kausal reglinear abhängig und die reelle Zahl $\alpha_{YX}$ heißt einfacher kausaler reglinearer Effekt von X auf Y genau dann, wenn die folgenden Bedingungen erfüllt sind:

Vorgeordnetheit: X ist Y vorgeordnet[12]).

---

[12]) Man beachte die Definitionen 4.2.1 und 4.2.2.

*Invarianz:* Für jede potentielle Störvariable W gilt

(4.4.2) $$E(Y \mid X,W) \underset{fs}{=} \beta_{YX}\, X + f(W)$$

mit $\alpha_{YX} = \beta_{YX}$ und $f(W) = \alpha_{Y0} + E(F \mid W)$, wobei $F := Y - E(Y \mid X)$.

---

Man beachte, daß f(W) eine Funktion ist, die ausschließlich von W abhängt. Insbesondere wird dadurch eine Interaktion oder Modifizierung der Abhängigkeit der Variablen Y von X durch W ausgeschlossen.

In dieser Definition werden keinerlei formal undefinierte Begriffe verwendet. Es handelt sich also um eine rein mathematische Definition, mit dem damit verbundenen Vorteil, daß eine rein mathematische Untersuchung der daraus ableitbaren Folgerungen möglich ist. Indem man in einem Anwendungsfall festlegt, daß der zugrundegelegte Wahrscheinlichkeitsraum $(\Omega,\mathcal{A},P)$ eine ganz bestimmte Situationsklasse oder ein ganz bestimmtes Experiment repräsentiert, daß jede Sigmaalgebra & die bis zum Zeitpunkt t möglichen Ereignisse als Elemente enthält, und daß die Variablen X und Y für ganz bestimmte Variablen stehen, wird eine Interpretation oder Anwendung des formalen Begriffs der einfachen kausalen reglinearen Abhängigkeit vorgenommen.

Ebenso wie beim formalen Begriff der Wahrscheinlichkeit, sind auch hier verschiedene Anwendungen oder Interpretationen denkbar. Zum einen kann man versuchen, mit diesem Begriff objektive kausale reglineare Abhängigkeiten zu beschreiben, zum anderen aber auch *subjektive* Sachverhalte, womit man sich in die psychologische Forschung der Kausalattribuierung begäbe (vgl. z.B. Heider, 1958, Herkner, 1980, Jones, Kanouse, Kelley, Nisbett, Valins & Weiner, 1971, 1972, und Weiner, 1972, 1974). Sowohl für die erstgenannten methodologischen, als auch für die letztgenannten psychologischen Anwendungen sind die aus der Definition ableitbaren formalen Eigenschaften dieses Begriffs von großer Bedeutung, da sie oft leichter als die in der Definition genannten Eigenschaften empirisch überprüfbar sind. Diesen formalen Eigenschaften und den darauf basierenden empirischen Forschungsstrategien im methodologischen Bereich wenden wir uns im Abschnitt 5 zu.

Zur Erläuterung der Definition 4.4.1 betrachten wir die folgende Situation: Y sei von X einfach kausal reglinear abhängig. Gilt dann beispielsweise außer

(4.4.3) $$E(Y \mid X) \underset{fs}{=} \alpha_{Y0} + \alpha_{YX}\, X$$

auch, daß die Residualvariable F von einer potentiellen Störvariablen W reglinear abhängig ist,

(4.4.4) $$E(F \mid W) \underset{fs}{=} \alpha_{F0} + \alpha_{FW}\, W,$$

dann muß auch

(4.4.5) $$E(Y \mid X,W) \underset{fs}{=} (\alpha_{Y0} + \alpha_{F0}) + \alpha_{YX}\, X + \alpha_{FW}\, W + \alpha_{Y,X\times W}\, X \cdot W,$$

$$\text{mit } \alpha_{Y,X\times W} = 0$$

gelten. Zum einen heißt dies, daß *der Koeffizient* $\alpha_{YX}$ *bei einer Erweiterung des Modells um eine solche Variable* W *invariant bleiben muß,* und zum anderen, *daß keine Interaktion im varianzanalytischen Sinn zwischen X und* W *bestehen darf.* Um diese Aussage zu verifizieren, braucht man lediglich die Gleichungen 4.4.4 in Gleichung 4.4.2 einzusetzen:

(4.4.6) $$E(Y \mid X,W) \underset{fs}{=} \alpha_{Y0} + \alpha_{YX}\, X + \alpha_{F0} + \alpha_{FW}\, W.$$

Ist in einem Anwendungsfall diese Eigenschaft nicht erfüllt, so können wir schließen, daß Y von X nicht einfach kausal reglinear abhängig ist.

Die Definition 4.4.1 hat sowohl für experimentelle, als auch für nichtexperimentelle Forschungssituationen praktische Konsequenzen, da sie für beide Fälle Möglichkeiten aufzeigt, wie man eine Behauptung, daß eine reglineare Abhängigkeit einfach kausal ist, falsifizieren kann. Sowohl das in der Invarianzbedingung enthaltene Interaktionsverbot der Variablen X mit einer potentiellen Störvariablen W läßt sich in experimentellen und in nichtexperimentellen Forschungssituationen überprüfen, als auch die darin enthaltene Aussage, daß der Koeffizient $\alpha_{YX}$ bei der Erweiterung von $E(Y \mid X)$ nach $E(Y \mid X,W)$ invariant bleibt, d.h. in Gleichung 4.4.1 und in der Gleichung 4.4.2 derselbe ist. Beide Aspekte der Additivitätsbedingung sollen an je einem Beispiel erläutert werden.

## 4.5 Beispiel: Münzen und Elektromagnet (1. Fortsetzung)

Aus Abschnitt 2.3 liegt bereits die Gleichung

(4.51) $$E(Z_I \mid Z_{II}) \underset{fs}{=} \beta_{10} + \beta_{12}\, Z_{II} = 0.5666 + 0.1905 \cdot Z_{II}$$

vor, und wir haben nach Theorem 5.4.1 zu prüfen, ob $\beta_{12} = 0.1905$ mit dem Koeffizienten $\alpha_{12}$ aus der Gleichung

(4.5.2) $$E(Z_I \mid Z_{II},Z_M) \underset{fs}{=} P(B \mid Z_{II},Z_M) \underset{fs}{=}$$

$$\underset{fs}{=} \alpha_{10} + \alpha_{12}\, Z_{II} + \alpha_{13}\, Z_M + \alpha_{14}\, Z_{II} \cdot Z_M$$

identisch ist, und ob $\alpha_{14} = 0$ gilt, wobei

(4.5.3) $$B := \{\omega \in \Omega \colon Z_I(\omega) = 1\}$$

wieder das Ereignis ist, daß Münze I auf die Metallseite fällt.

Die zunächst unbekannten Parameter können wir aus den vier Gleichungen

(4.5.4) $$P(\mathrm{B} \mid Z_{II}=0, Z_M=0) \underset{\mathrm{fs}}{=} \alpha_{10} = 0.5$$

(4.5.5) $$P(\mathrm{B} \mid Z_{II}=0, Z_M=1) \underset{\mathrm{fs}}{=} \alpha_{10} + \alpha_{13} = 0.9$$

(4.5.6) $$P(\mathrm{B} \mid Z_{II}=1, Z_M=0) \underset{\mathrm{fs}}{=} \alpha_{10} + \alpha_{12} = 0.5$$

(4.5.7) $$P(\mathrm{B} \mid Z_{II}=1, Z_M=1) \underset{\mathrm{fs}}{=} \alpha_{10} + \alpha_{12} + \alpha_{13} + \alpha_{14} = 0.9$$

bestimmen, wobei wir die numerischen Werte für die bedingten Wahrscheinlichkeiten aus den Daten der Tabellen 2.2.1 und 2.2.2 erhalten. Aus obigem Gleichungssystem folgen dann die in der Gleichung

(4.5.8) $$P(\mathrm{B} \mid Z_{II}, Z_M) \underset{\mathrm{fs}}{=} 0.5 + 0 \cdot Z_{II} + 0.4 \cdot Z_M + 0 \cdot Z_{II} \cdot Z_M$$

angegebenen Koeffizienten. Zwar ist das Interaktionsverbot erfüllt, da $\alpha_{14} = 0$, aber es gilt $\alpha_{12} = 0 \neq \beta_{12} = 0.1905$, woraus wir nach Definition 4.4.1 schließen können, daß $Z_I$ nicht von $Z_{II}$ einfach kausal reglinear abhängig ist.

Damit haben wir ein Beispiel für den ersten in der Invarianzbedingung enthaltenen Aspekt behandelt, der die Gleichheit der Koeffizienten $\alpha_{12}$ und $\beta_{12}$ aus den Gleichungen 4.5.1 und 4.5.2 betrifft. Den zweiten Aspekt, nämlich das Interaktionsverbot erläutern wir im folgenden Abschnitt.

## 4.6 Beispiel: Drogen und Aktivierung

In der Tabelle 4.6.1 sind die bedingten Erwartungswerte der abhängigen Variablen

(4.6.1) $Z_A$ := ,,psychophysiologische Aktivierung“

angegeben, die aus einem fiktiven Experiment stammen mögen, in dem die Wirkung der unabhängigen Variablen

(4.6.2) $$Z_D := \begin{cases} 1, & \text{wenn die Versuchsperson das Verum,} \\ -1, & \text{wenn sie das Placebo einnimmt,} \end{cases}$$

untersucht werden soll. Dabei nehmen wir an, daß alle einschlägigen Kontrolltechniken, wie z.B. Randomisierung, Doppelblindversuch u.ä. durchgeführt wurden. Außerdem sei von den Versuchspersonen bekannt, ob sie intro- oder aber extravertiert[13]) sind, was durch die Persönlichkeitsvariable

[13]) Die hier vorgenommene Reduzierung der vielstufigen quantitativen Persönlichkeitsvariablen Intro/Extraversion auf zwei Ausprägungen wird ausschließlich aus Gründen der einfacheren Darstellbarkeit des Interaktionsverbots vorgenommen.

(4.6.3) $$Z_P := \begin{cases} 1, & \text{wenn die Versuchsperson introvertiert,} \\ -1, & \text{wenn sie extravertiert ist,} \end{cases}$$

angezeigt wird.

In diesem Beispiel können wir eine eindeutige zeitliche Ordnung zwischen den Variablen vornehmen, denn die Intro/Extraversionsvariable $Z_P$ ist als Persönlichkeitsvariable zeitlich vor der experimentell manipulierten Drogenvariablen $Z_D$ anzuordnen, und letztere zeitlich vor der Aktivierungsvariablen $Z_A$, die einen psychophysiologischen Zustand der Versuchspersonen nach der Einnahme der Droge bzw. des Placebos angibt. Falls in diesem Beispiel die Invarianzbedingung erfüllt wäre, könnte die zwischen $Z_A$ und $Z_D$ bestehende reglineare Abhängigkeit also kausal interpretiert werden. Ob man in diesem Beispiel diese Voraussetzung machen kann, soll nun überprüft werden.

Tabelle 4.6.1: Bedingte Erwartungswerte der abhängigen Variablen ‚Aktivierung' in einem 2x2-kreuzfaktoriellen Design.

| | Introvertierte | Extravertierte | |
|---|---|---|---|
| Droge | 30 | 20 | 25 |
| Placebo | 25 | 5 | 15 |
| | 27.5 | 12.5 | 20 |

Aus den in der Tabelle 4.6.1 angegebenen Zahlen können wir ersehen, daß eine Interaktion im varianzanalytischen Sinn besteht, denn $30 - 25 \neq 20 - 5$, d.h. die Differenz der bedingten Erwartungswerte zwischen denjenigen, welche die Droge und denjenigen, die das Placebo einnehmen, ist bei Introvertierten geringer als bei Extravertierten.

Für die bedingte Erwartung $E(Z_A \mid Z_D, Z_P)$ gilt

(4.6.4) $$E(Z_A \mid Z_D, Z_P) \underset{fs}{=} \alpha_0 + \alpha_D Z_D + \alpha_P Z_P + \alpha_{D\times P} Z_D \cdot Z_P = \\ = 20 + 5.0 \cdot Z_D + 7.5 \cdot Z_P + (-2.5) \cdot Z_D \cdot Z_P,$$

wobei wir die numerischen Werte aus den vier Gleichungen

(4.6.5) $$E(Z_A \mid Z_D{=}1, Z_P{=}1) = \alpha_0 + \alpha_D + \alpha_P + \alpha_{D\times P} = 30,$$

(4.6.6) $$E(Z_A \mid Z_D{=}1, Z_P{=}-1) = \alpha_0 + \alpha_D - \alpha_P - \alpha_{D\times P} = 20,$$

(4.6.7) $$E(Z_A \mid Z_D{=}-1, Z_P{=}1) = \alpha_0 - \alpha_D + \alpha_P - \alpha_{D\times P} = 25,$$ und

$$E(Z_A \mid Z_D = -1, Z_P = -1) = \alpha_0 - \alpha_D - \alpha_P + \alpha_{D\times P} = 5 \qquad (4.63)$$

berechnen können, die nach den Gleichungen A.5.2, und A.4.6 aus der ersten Formelzeile von 4.6.4 folgen.

Aus Gleichung 4.6.4 können wir ersehen, daß die reglineare Abhängigkeit der Variablen $Z_A$ von $Z_D$ nicht einfach kausal ist, denn andernfalls müßte gemäß Definition 4.4.1 der letzte Summand in Gleichung 4.6.4 wegfallen, d.h. $\alpha_{D\times P}$ dürfte nicht -2.5, sondern müßte gleich Null sein, was dann der Fall wäre, wenn keine Interaktion zwischen der Drogenvariable $Z_D$ und der Intro/Extraversionsvariablen $Z_P$ bestände[14]).

Dieses Beispiel verdeutlicht, daß die Invarianzbedingung einer einfachen kausalen reglinearen Abhängigkeit einer Variablen Y von X immer dann nicht gegeben ist, wenn eine Interaktion von X mit einer potentiellen Störvariablen W, im Beispiel, der Intro/Extraversionsvariablen, besteht. Ein möglicher Weg wäre nun, die Aussage, daß die Aktivierungsvariable $Z_A$ einfach kausal reglinear von der Drogenvariablen $Z_D$ abhängig ist, auf jeweils eine der beiden Gruppen der Intro- bzw. Extravertierten zu beschränken, so daß für jede dieser beiden Gruppen ein unterschiedlicher einfacher kausaler reglinearer Effekt der Drogenvariablen angenommen wird. Die Bedingung der Invarianz könnte dann jeweils innerhalb dieser beiden Gruppen überprüft werden, indem man nach anderen potentiellen Störvariablen sucht, und prüft, ob für diese die in Definition 4.4.1 formulierte Invarianzbedingung erfüllt ist.

Das Interaktionsverbot, das die hier vorgeschlagene Definition einfacher kausaler reglinearer Abhängigkeit beinhaltet, ist zweifellos sehr restriktiv, und es stellt sich die Frage, ob ein derart strenger Begriff einer kausalen reglinearen Abhängigkeit in Wissenschaften wie der Psychologie überhaupt angewandt werden kann. Eine pauschale Antwort auf diese Frage wäre wohl nicht angebracht. Vielleicht müssen wir uns in vielen Bereichen der Psychologie tatsächlich damit zufriedengeben, nur durchschnittliche kausale stochastische Effekte feststellen zu können, im obigen Beispiel möglicherweise also den durchschnittlichen einfachen kausalen reglinearen Effekt der Drogenvariablen $Z_D$ auf die Aktivierungsvariable $Z_A$, als Mittel der Effekte in den beiden Gruppen der Intro- bzw. Extravertierten. Was aber wäre, wenn der durchschnittliche Effekt Null wäre, wohingegen bei den Extravertierten ein starker positiver, bei den Introvertierten dagegen ein ebenso starker negativer Effekt vorläge? Zumindest in Fällen mit einer solchen disordinalen Interaktion (vgl. z.B. Bredenkamp, 1980, S. 24ff. oder Henning & Muthig, 1979, S. 204ff.) kann ein Verzicht, die kausalen reglinearen Abhängigkeiten zu suchen, fatale Konsequenzen haben.

---

[14]) In realen Forschungssituationen müssen natürlich zur Entscheidung, ob eine Interaktion besteht oder nicht, statistische Verfahren zur Hypothesenbewertung durchgeführt werden, ebenso wie bei der Überprüfung, ob der Koeffizient $\alpha_{YX}$ (siehe Gleichung 4.4.1) bei der Erweiterung des Modells um W invariant bleibt (siehe Gleichung 4.4.2). Solche Stichprobenprobleme sind jedoch nicht Gegenstand dieses Beitrags.

## 4.7 Zusammenfassende Bemerkungen

In diesem Abschnitt wurden die im Abschnitt 3 erläuterten intuitiven Vorstellungen interner Validität zum Begriff einfacher kausaler reglinearer Abhängigkeit präzisiert, auf dem die gesamte weitere Theorie aufgebaut ist. Eine solche Abhängigkeit gibt eine reine, unkonfundierte Beziehung an, die durch eine einfache lineare Regressionsgleichung beschrieben werden kann. Es wurden zwei Bedingungen angegeben und erläutert, welche eine einfache kausale regressiv lineare Abhängigkeit einer stochastischen Variablen Y von einer zweiten stochastischen Variablen X definieren: Die Bedingung der Vorgeordnetheit, die in Anwendungsfällen als zeitliche Vorgeordnetheit interpretiert werden kann und die Bedingung der Invarianz, mit der die Existenz von Störvariablen ausgeschlossen wird, die den Zusammenhang zwischen X und Y modifizieren oder verfälschen. Dadurch, daß stochastischen Variablen die Eigenschaft der einfachen kausalen reglinearen Abhängigkeit zugeschrieben wurde, bezieht sich eine solche Aussage immer auf einen ganz bestimmten Wahrscheinlichkeitsraum, der in Anwendungen ein ganz bestimmtes Experiment oder eine ganz bestimmte Untersuchungssituationsklasse repräsentiert. Der Wahrscheinlichkeitsraum ist gewissermaßen der Geltungsbereich einer Aussage über eine einfache kausale reglineare Abhängigkeit, worauf wir ausführlicher im Abschnitt 7 eingehen. Genauso bezieht sich die Vorgeordnetheit auf eine ganz bestimmte isotone Familie $(\mathcal{A}_t, t \in \mathbb{R})$ von Sigmaalgebren, beispielsweise auf die in einem ganz bestimmten Experiment gegebene Familie von Sigmaalgebren $\mathcal{A}_t$, welche die bis zum Zeitpunkt t möglichen Ereignisse enthalten.

# 5. *Eigenschaften einfacher kausaler reglinearer Abhängigkeit*

## 5.1 Einleitende Bemerkungen

In diesem Abschnitt untersuchen wir die formalen Eigenschaften des im letzten Abschnitt definierten Begriffs der einfachen kausalen reglinearen Abhängigkeit und behandeln die sich daraus ergebenden Konsequenzen für die Strategien empirischer Untersuchungen. Dabei sind zwei Fragen von wesentlicher Bedeutung: Wie überprüft und falsifiziert man in einer vorliegenden empirischen Untersuchung die Aussage, daß eine einfache kausale reglineare Abhängigkeit besteht, und zweitens, wie kann man eine noch durchzuführende Untersuchung so planen und anlegen, daß die Annahme, daß eine einfache kausale reglineare Abhängigkeit vorliegt, möglichst allen Falsifizierungsversuchen standhält.

Im Abschnitt ‚Unkonfundiertheit‘ zeigen wir zunächst, daß der einfache kausale reglineare Effekt $\alpha_{YX}$ von X auf Y auch bei Konstanz potentieller Störvariablen gilt, falls Y von X einfach kausal reglinear abhängig ist. Am Beispiel ‚Münzen und Elektromagnet' demonstrieren wir dann, wie diese Eigenschaft benutzt werden kann, um die Aussage, daß eine einfache kausale reglineare Abhängigkeit der ersten von der zweiten Münzvariablen besteht, zu falsifizieren.

Im Abschnitt ‚vollständige Abhängigkeit' zeigen wir, welcher Art der deterministische Kausalitätsbegriff ist, der in der hier vorgestellten Theorie als Spezialfall enthalten ist. Im Abschnitt ‚faktische Konstanthaltung' behandeln wir dann eine erste Maßnahme zur Planung von Untersuchungen, mit dem Ziel, die Validität einer reglinearen Abhängigkeit herzustellen. Schließlich formulieren wir im Abschnitt ‚Unabhängigkeit' eine notwendige Bedingung einfacher kausaler reglinearer Abhängigkeit und zeigen, wie die experimentellen Kontrolltechniken der Randomisierung und der Parallelisierung auf die hier vorgestellte Theorie basiert werden können.

## 5.2 Unkonfundiertheit

Wir zeigen als erstes, daß $\alpha_{YX}$ auch der Steigungskoeffizient der einfachen linearen Regression der Variablen Y unter X bei Konstanz einer potentiellen Störvariablen ist, wenn wir voraussetzen können, daß Y von X einfach kausal reglinear abhängig ist. Daraus ergibt sich eine Möglichkeit zur Falsifizierung einer Aussage, daß Y von X einfach kausal reglinear abhängig ist, da sich leicht überprüfen läßt, ob die genannten Steigungskoeffizienten tatsächlich identisch sind oder nicht.

---

Theorem 5.2.1. Es mögen wieder die Voraussetzungen und Schreibweisen gelten, die in der Definition der einfachen kausalen reglinearen Abhängigkeit aufgeführt sind.

Wenn Y von X einfach kausal reglinear abhängig ist, mit dem einfachen kausalen reglinearen Effekt $\alpha_{YX}$ von X auf Y, dann gilt außer

(5.2.1) $$E(Y \mid X) \underset{\text{fs}}{=} \alpha_{Y0} + \alpha_{YX}\, X,$$

auch für jedes Ereignis

(5.2.2) $$A := \{\omega \in \Omega \colon W(\omega) = w\}, \text{ mit } P(A) > 0,$$

daß eine potentielle Störvariable W einen bestimmten Wert w annimmt

(5.2.3) $$E_A(Y \mid X) \underset{P_A\text{-fs}}{=} \alpha_{Y0} + E(F \mid A) + \alpha_{YX}\, X,$$

wobei

(5.2.4) $$F \underset{fs}{:=} Y - E(Y \mid X)$$

und $E(F \mid A)$ der bedingte Erwartungswert von F gegeben das Ereignis A ist.

---

Beweis. Nach den Definitionen 4.4.1 und A.5.1 gilt

(5.2.5) $$E(1_D\ Y) = E\big[1_D\ [\alpha_{Y0} + \alpha_{YX}\ X + E(F \mid W)]\big],$$
$$\text{für alle } D \in \mathscr{A}(X,W).$$

Also gilt auch für alle A mit P(A) > 0, die durch 5.2.2 definiert sind, und alle $C \in \mathscr{A}(X)$

(5.2.6) $$\frac{1}{P(A)} E(1_A 1_C\ Y) = \frac{1}{P(A)} E\big[1_A 1_C [\alpha_{Y0} + \alpha_{YX}\ X + E(F \mid W)]\big].$$

Daraus folgt nach Gleichung A.4.1

(5.2.7) $$E_A(1_C\ Y) = E_A\big[1_C[\alpha_{Y0} + E(F \mid W) + \alpha_{YX}\ X]\big] =$$
$$= E_A\big[1_C[\alpha_{Y0} + E(F \mid A) + \alpha_{YX}\ X]\big],$$

denn $E_A[1_C\ E(F \mid W)] = E_A[1_C\ E(F \mid A)]$, da $E(F \mid W)$ bezüglich des Maßes $P_A$ eine Konstante ist. Nach Definition A.5.1 folgt dann Gleichung 5.2.3, denn die Meßbarkeit von $E_A(Y \mid X)$ bezüglich $\mathscr{A}(X)$ ist offensichtlich erfüllt.

Theorem 5.2.1 zeigt, daß die Definition der einfachen kausalen reglinearen Abhängigkeit die Eigenschaft beinhaltet, daß potentielle Störvariablen die Beziehung zwischen X und Y nicht modifizieren oder verfalschen und in diesem Sinne stören, falls Y von X einfach kausal reglinear abhängig ist. Der gleiche Steigungsparameter $\alpha_{YX}$ gilt diesem Theorem zufolge nämlich unabhängig davon, ob solche Variablen konstant sind oder nicht. Mit anderen Worten, die Abhängigkeit der Variablen Y von X ist nicht durch andere Variablen konfundiert, wenn Y von X einfach kausal reglinear abhängig ist. Der Steigungskoeffizient $\alpha_{YX}$ aus Gleichung 5.2.1 charakterisiert dann also eine reine, unkonfundierte reglineare Abhängigkeit der Variablen Y von X. Die in Theorem 5.2.1 formulierte Eigenschaft nennen wir daher Unkonfundiertheitsbedingung einfacher kausaler reglinearer Abhängigkeit.

## 5.3 Beispiel: Münzen und Elektromagnet (1. Fortsetzung)

Wir wenden nun Theorem 5.2.1 auf die in Abschnitt 2.3 beschriebene reglineare Abhängigkeit der ersten von der zweiten Münzvariablen an. In dem Wahrscheinlichkeitsraum $(\Omega, \mathscr{A}, P)$, der die in Abschnitt 2.2 beschriebene dritte Situationsklasse (siehe Tabelle 2.2.3) repräsentiert, gilt zwar für die beiden Münzvariablen $Z_I$ und $Z_{II}$

(53.1) $$E(Z_I \mid Z_{II}) \underset{fs}{=} \beta_{10} + \beta_{12} Z_{II} = 0.5666 + 0.1905 \cdot Z_{II}$$

(siehe die Gleichungen 2.3.4 bis 2.3.7), und $Z_{II}$ ist $Z_I$ vorgeordnet, nämlich nach dem Gesichtspunkt der Handlungsabfolge, aber die durch Gleichung 5.3.1 beschriebene reglineare Abhängigkeit ist nicht einfach kausal, da die Unkonfundiertheitsbedingung nicht erfüllt ist.

Um dies zu zeigen, betrachten wir die stochastische Variable

(5.3.2) $$Z_M = \begin{cases} 1, & \text{wenn der Elektromagnet an,} \\ 0, & \text{wenn er aus ist,} \end{cases}$$

die der Variablen $Z_{II}$ zeitlich vorgeordnet ist (siehe Abbildung 4.2.1). Gemäß der im Theorem 5.2.1 formulierten notwendigen Bedingung könnte die durch Gleichung 5.3.1 beschriebene reglineare Abhängigkeit nur dann einfach kausal sein, wenn z.B. für das Ereignis

(5.3.3) $$A := \{\omega \in \Omega: Z_M(\omega) = 1\},$$

daß der Elektromagnet angeschaltet ist, die Gleichung

(5.3.4) $$E_A(Z_I \mid Z_{II}) \underset{P_A\text{-}fs}{=} \alpha_{10} + \alpha_{12} Z_{II},$$

mit $\alpha_{12} = 0.1905$ gälte, wenn also auch für die einfache lineare Regression der Variablen Y unter X gegeben A, der Steigungskoeffizient 0.1905 gelten würde. Die analoge Aussage würde natürlich für das Ereignis

(5.3.5) $$\bar{A} := \{\omega \in \Omega: Z_M(\omega) = 0\}$$

zutreffen.

Zur Berechnung des tatsächlich gültigen Koeffizienten $\alpha_{12}$ in Gleichung 5.3.4 bilden wir für das Ereignis

(5.3.6) $$B := \{\omega \in \Omega: Z_I(\omega) = 1\}.$$

daß die Münze I auf die Metallseite fällt, nach den Gleichungen A.5.2, A.4.3 und A.4.6 des Anhangs die beiden bedingten Wahrscheinlichkeiten bezüglich des Maßes $P_A$ von B gegeben $Z_{II} = 0$ bzw. $Z_{II} = 1$.

(5.3.7) $$E_A(Z_I \mid Z_{II}=0) = P_A(B \mid Z_{II}=0) = \alpha_{10}$$

und

(5.3.8) $$E_A(Z_I \mid Z_{II}=1) = P_A(B \mid Z_{II}=1) = \alpha_{10} + \alpha_{12}.$$

Bezeichnen wir mit

(5.3.9) $$C := \{\omega \in \Omega: Z_{II}(\omega) = 1\}$$

und

(5.3.10) $\bar{C} := \{\omega \in \Omega\colon Z_{II}(\omega) = 0\}$

die Ereignisse, daß die Münze II auf die Metall- bzw. Plastikseite fallt, so erhalten wir aus den Daten der Tabelle 2.2.2 die folgenden bedingten Wahrscheinlichkeiten:

(5.3.11)
$$P_A(B \mid Z_{II}=0) = P(B \mid Z_{II}=0, Z_M=1) = \\ = \frac{P(B \cap \bar{C} \mid Z_M=1)}{P(\bar{C} \mid Z_M=0)} = \frac{0.09 \cdot 0.50}{0.10 \cdot 0.50} = \frac{0.09}{0.10} = 0.9$$

und

(5.3.12)
$$P_A(B \mid Z_{II}=1) = P(B \mid Z_{II}=1, Z_M=1) = \\ = \frac{P(B \cap C \mid Z_M=1)}{P(C \mid Z_M=1)} = \frac{0.81 \cdot 0.50}{0.90 \cdot 0.50} = \frac{0.81}{0.90} = 0.9.$$

Aus den Gleichungen 5.3.7 und 5.3.8 folgt dann

(5.3.13) $\alpha_{10} = 0.9$ und $\alpha_{10} + \alpha_{12} = 0.9$,

woraus sich $\alpha_{12} = 0$ ergibt.

Aus $\alpha_{12} = 0$ können wir aber schließen, daß die Bedingung der Unkonfundiertheit für die reglineare Abhängigkeit der Variablen $Z_I$ von der Variablen $Z_{II}$ nicht erfüllt ist, denn $\alpha_{12} = 0 \neq \beta_{12} = 0.1905$, d.h. die Steigungskoeffizienten der Gleichungen 5.3.1 und 5.3.4 sind nicht identisch, wie es die Unkonfundiertheitsbedingung (siehe Theorem 5.2.1) fordert. Daraus folgt aber, daß die reglineare Abhängigkeit der ersten Münzvariablen $Z_I$ von der zweiten Münzvariablen $Z_{II}$ im Beispiel ‚Münzen und Elektromagnet' nicht einfach kausal ist, ein Schluß, der mit unserer intuitiven Vorstellung wohl voll im Einklang steht. Der hier definierte Kausalitätsbegriff ist demnach geeignet, eine kausale Interpretation der Abhängigkeit der ersten von der zweiten Münzvariablen im Beispiel ‚Münzen und Elektromagnet' auszuschließen. Damit ist eine weitere Möglichkeit aufgezeigt, wie man überprüfen kann, ob eine reglineare Abhängigkeit einfach kausal ist.

## 5.4 Vollständige Abhängigkeit

Bevor wir uns den experimentellen Kontrolltechniken zuwenden, sei eine erste hinreichende Bedingung einfacher kausaler reglinearer Abhängigkeit genannt, die besagt, daß eine solche Abhängigkeit gegeben ist, wenn außer der Vorgeordnetheitsbedingung auch gilt, daß Y vollständig von X abhängig ist, derart, daß $Y \underset{fs}{=} E(Y \mid X)$. Damit betrachten wir den Fall, den man umgangssprachlich als ‚deterministisch' bezeichnet[15]). Dabei darf jedoch nicht außer acht gelassen werden, daß es sich auch hier um eine stochastische Abhängigkeit stochastischer Variablen handelt. Stochastische Abhängigkeiten sind also in dem hier verwendeten Sprachgebrauch (vgl. z.B. Bauer, 1974, S. 137 und S. 150) nicht unbedingt unvollkommen oder unvollständig.

---

Theorem 5.4.1. Es mögen wieder die Voraussetzungen und Schreibweisen gelten, die in der Definition der einfachen kausalen reglinearen Abhängigkeit aufgeführt sind.

Wenn die Bedingung der Vorgeordnetheit erfüllt ist, und es gilt

(5.4.1) $$Y \underset{fs}{=} E(Y \mid X) \underset{fs}{=} \alpha_{YO} + \alpha_{YX} X,$$

dann ist Y von X einfach kausal reglinear abhängig mit dem einfachen kausalen reglinearen Effekt $\alpha_{YX}$.

---

*Beweis.* Aus Gleichung 5.4.1 folgt für jede stochastische Variable W auf $(\Omega, \mathcal{A}, P)$

(5.4.2) $$Y \underset{fs}{=} E(Y \mid X) \underset{fs}{=} \alpha_{Y0} + \alpha_{YX} X \underset{fs}{=} E(Y \mid X, W),$$

und $E(F \mid W) \underset{fs}{=} 0$, da bereits $F \underset{fs}{=} Y - E(Y \mid X) \underset{fs}{=} 0$ ist. Daher gilt aber auch die Gleichung 4.4.2 für jede potentielle Störvariable W, was zu beweisen war.

Im Fall vollständiger Abhängigkeit, in der die Gleichung 5.4.1 erfüllt ist, muß lediglich dafür gesorgt werden, daß die Bedingung der Vorgeordnetheit erfüllt ist.

Bei vollständiger Abhängigkeit lassen sich Beispiele konstruieren, die zunächst nicht mit unserer Intuition übereinzustimmen scheinen. Man stelle sich ein Experiment ähnlich wie das in Abschnitt 2 beschriebene vor, jedoch mit zwei Münzen I und II, in die jeweils auf einer Seite ein Dauermagnet eingebaut ist. Auch hier wird zuerst Münze II, dann Münze I geworfen, wieder auf eine Platte, welche die Eigenschaften eines Elektromagneten besitzt. Dieser soll nun mit Wahrscheinlichkeit 0.5 in einem von zwei Zuständen sein: In der einen Richtung gepolt, sei der Elektromagnet so stark, daß beide Münzen mit Wahrscheinlichkeit 1 auf die Seite A fallen, und in der anderen Richtung gepolt, sei er ebenfalls so stark, daß die beiden Münzen mit Wahrscheinlichkeit 1 auf die Seite B fallen. Die beiden Münzvariablen

---

[15]) Vgl. zu deterministischen Kausalbegriffen z.B. Popper (1969, S. 31f.) und Essler (1979).

(5.4.3) $$Z_I := \begin{cases} 1, & \text{wenn Münze I auf Seite A,} \\ 0, & \text{wenn sie auf Seite B fallt} \end{cases}$$

und

(5.4.4) $$Z_{II} := \begin{cases} 1, & \text{wenn Münze II auf Seite A,} \\ 0, & \text{wenn sie auf Seite B fallt,} \end{cases}$$

sind dann vollständig abhängig von der Magnetvariablen

(5.4.5) $$Z_M := \begin{cases} 1, & \text{wenn der Elektromagnet in der einen,} \\ 0, & \text{wenn er in der anderen Richtung gepolt ist.} \end{cases}$$

Dadurch bedingt ist auch die erste Münzvariable $Z_I$ vollständig von der zweiten Münzvariablen $Z_{II}$ abhängig.

Demnach gälte dann

(5.4.6) $$Z_I \underset{\text{fs}}{=} E(Z_I \mid Z_{II}) \underset{\text{fs}}{=} 0 + 1 \cdot Z_{II}$$

und da die Münze II zuerst geworfen wird, $Z_{II}$ also $Z_I$ vorgeordnet ist, gilt dann, daß $Z_I$ von $Z_{II}$ einfach kausal reglinear abhängig ist, eine Aussage, die zunächst im Widerspruch zu unserer Intuition zu stehen scheint. Wenn man allerdings bedenkt, daß sich eine Aussage über eine einfache kausale reglineare Abhängigkeit auf einen ganz bestimmten Wahrscheinlichkeitsraum $(\Omega, \mathcal{A}, P)$ bezieht, so schwächt sich dieser Eindruck ab. In dem hier zugrundegelegten Wahrscheinlichkeitsraum ist nämlich tatsächlich immer $Z_I = 1$, wenn $Z_{II} = 1$ und $Z_I = 0$, wenn $Z_{II} = 0$ ist. Der zugrunde gelegte Wahrscheinlichkeitsraum ist der Geltungsbereich einer Aussage über stochastische und daher auch über kausale stochastische Abhängigkeiten, worauf wir ausführlicher in den Abschnitten 6 und 7 zurückkommen.

Der Nachteil der Aussage, daß $Z_I$ von $Z_{II}$ in dem hier zugrundegelegten Wahrscheinlichkeitsraum $(\Omega, \mathcal{A}, P)$ mit dem Effekt 1.0 einfach kausal reglinear abhängig ist, besteht nicht darin, daß sie falsch ist, sondern darin, daß der Geltungsbereich extrem eng ist, d.h. daß der Wahrscheinlichkeitsraum $(\Omega, \mathcal{A}, P)$ extrem „klein" ist, denn diese Aussage gilt ja nur in der oben beschriebenen Situationsklasse, bei welcher der Elektromagnet nur die beiden Zustände ‚stark positiv gepolt' und ‚stark negativ gepolt' annehmen kann. Darüber hinaus kann innerhalb dieser Situationsklasse nicht zwischen den Aussagen „$Z_I$ ist von $Z_{II}$" bzw. „$Z_I$ ist von $Z_M$ einfach kausal reglinear abhängig" entschieden werden, d.h. hier liegt ein Problem der Identifizierbarkeit vor (vgl. z.B. Anderson & Rubin, 1956; Fischer, 1966, 1978, und Wiley, 1973). Würden wir den Wahrscheinlichkeitsraum erweitern, so daß der Elektromagnet auch den Zustand „aus" annehmen kann, so gälte in diesem größeren Wahrscheinlichkeitsraum nicht mehr die Aussage, daß $Z_I$ von $Z_{II}$ mit dem Effekt 1 einfach kausal reglinear abhängig ist. In diesem größeren Wahrscheinlichkeitsraum würde dann nur noch die allgemeinere Aussage gelten, daß die Münzvariablen $Z_I$ und $Z_{II}$ beide von der Magnetvariablen $Z_M$ kausal stochastisch abhängig sind[16]).

Der Wahrscheinlichkeitsraum ist ein unverzichtbarer Bestandteil jeder Aussage über stochastische, auch über kausale stochastische Abhängigkeiten, eine Tatsache, die allzu oft in der psychologischen Literatur vernachlässigt wird, wenn beispielsweise davon die Rede ist, daß zwei Variablen in einem bestimmten Ausmaß miteinander korreliert sind. Eine solche Aussage hat nur einen Sinn, wenn die Menge der Situationen und der Individuen (und damit der Wahrscheinlichkeitsraum), für die diese Aussage gelten soll, wenigstens implizit mit angegeben wird.

## 5.5 Faktische Konstanthaltung

Die im Beispiel ‚Drogen und Aktivierung' bereits angesprochene Einschränkung des Geltungsbereichs auf jeweils eine der beiden Gruppen der Intro- bzw. Extravertierten, würde man formal dadurch ausdrücken, daß jeweils ein verschiedener Wahrscheinlichkeitsraum $(\Omega, \mathcal{A}, P_1)$ bzw. $(\Omega, \mathcal{A}, P_2)$ zugrunde gelegt wird. In dem einen beträgt dann die Wahrscheinlichkeit, daß eine Person introvertiert ist, Eins, und daß sie extravertiert ist, Null. In dem anderen Wahrscheinlichkeitsraum verhält es sich genau umgekehrt. Dies kann man auch als *‚faktische Konstanthaltung'* der Störvariablen Intro/Extraversion auffassen. Dabei benutzen wir das Wort ‚faktisch', um diese Art der Konstanthaltung von der ‚statistischen Konstanthaltung' abzugrenzen, auf die wir später noch eingehen werden.

Die Kontrolltechnik der faktischen Konstanthaltung potentieller Störvariablen hat zwei operationale Aspekte, den der *Selektion von Beobachtungseinheiten* und den der *Herstellung gleicher Bedingungen.* Bei der Selektion werden z.B. nur introvertierte oder nur extravertierte, nur männliche oder nur weibliche Versuchspersonen herangezogen etc., womit die Intro/Extraversionsvariable bzw. die Geschlechtsvariable konstant gehalten wird. Bei der Herstellung gleicher Bedingungen handelt es sich z.B. darum, in einer Versuchs- und einer Kontrollgruppe gleiche Beleuchtungsbedingungen herzustellen, so daß die Beleuchtungsvariable konstant gehalten wird. Bei der Selektion handelt es sich also darum, bestimmte Versuchspersonen auszuwählen, und bei der Herstellung gleicher Bedingungen werden bestimmte situative Bedingungen ausgewählt und konstant gehalten.

---

[16]) Die Abhängigkeiten der Münzvariablen $Z_I$ und $Z_{II}$ von der Magnetvariablen $Z_M$ ließen sich dann übrigens auch nicht mehr mit einem reglinearen Modell beschreiben, da der Zusammenhang dann nicht mehr linear im Sinne einer Geradengleichung wäre (siehe dazu auch die Abschnitte 6 und 7).

Mit der Konstanthaltung einer potentiellen Störvariablen W ist garantiert, daß die Gleichung 4.4.2 für die betreffende Variable W erfüllt ist, wobei allerdings zu beachten ist, daß mit der Konstanthaltung die betreffende Variable W zur Konstanten degeneriert ist.

Der zweifellos sicherste Weg, eine empirische Untersuchung so anzulegen, daß die Invarianzbedingung erfüllt ist, bestände darin, dafür zu sorgen, daß alle potentiellen Störvariablen, jeweils auf einem bestimmten Wert konstant sind. In einem solchen Fall wäre dann für jede potentielle Störvariable W die Gleichung 4.4.2 erfüllt. Diese hinreichende Bedingung für eine einfache kausale reglineare Abhängigkeit soll im folgenden Theorem festgehalten werden.

---

Theorem 5.5.1. Es mögen wieder die Voraussetzungen und Schreibweisen gelten, die in der Definition der einfachen kausalen reglinearen Abhängigkeit aufgeführt sind.

Wenn die Bedingung der Vorgeordnetheit[17]) erfüllt ist, alle potentiellen Störvariablen konstant sind, und die Gleichung

(5.5.1) $$E(Y \mid X) \underset{fs}{=} \alpha_{Y0} + \alpha_{YX}\, X$$

gilt, dann ist Y von X einfach kausal reglinear abhängig mit dem einfachen kausalen reglinearen Effekt $\alpha_{YX}$.

---

Beweis. Wenn alle potentiellen Störvariablen W konstant sind, so ist für alle W auch die Gleichung 4.4.2 erfüllt, denn $E(Y \mid X) \underset{fs}{=} E(Y \mid X,W)$ und $E(F \mid W) \underset{fs}{=} 0$, wenn W eine Konstante ist, womit die Behauptung bewiesen ist.

Die auf diesem Theorem beruhende Methode der Konstanthaltung aller potentiellen Störvariablen, die wohl auf die ,,Unterschiedsmethode“ von Mill (siehe z.B. 1885, S. 91) zurückgeht, ist jedoch fast nie anwendbar. Selbst bei physikalischen Experimenten können nicht alle potentiellen Störvariablen konstant gehalten werden, denn jedes Ereignis $A \in \mathcal{A}$, welches der experimentell manipulierten Variablen X vorgeordnet ist, kann über die Indikatorvariable $1_A$ als potentielle Störvariable W angesehen werden.

In gewisser Hinsicht ist dieses Theorem allerdings von Bedeutung, denn gälte es nicht, dann wäre die Definition der einfachen kausalen reglinearen Abhängigkeit wohl unbrauchbar. Variiert nur die Variable X, während alle potentiellen Störvariablen konstant sind, dann muß die Abhängigkeit zwischen X und Y kausal interpretiert werden können, falls X der Variablen Y zeitlich vorgeordnet ist. Ein anderes Ergebnis wäre mit unserer Intuition wohl kaum zu vereinbaren (vgl. z.B. auch McGuigan, 1978, S. 150).

---

[17]) Siehe Definition 4.4.1.

Die Bedingung der Konstanz aller potentiellen Störvariablen W ist zwar hinreichend, jedoch keineswegs notwendig dafür, daß eine einfache kausale reglineare Abhängigkeit der Variablen Y von X besteht. Wenn nämlich die Bedingung der Vorgeordnetheit vorausgesetzt wird, und außerdem gilt, daß nur solche potentiellen Störvariablen W nicht konstant sind, für die gilt, daß sie die Gleichung 4.4.2 erfüllen, dann ist nach Definition 4.4.1 die Invarianzbedingung der reglinearen Abhängigkeit der Variablen Y von X ebenfalls gegeben, denn für eine konstante stochastische Variable W ist die Gleichung 4.4.2 trivialerweise erfüllt.

Die hierauf basierende experimentelle Kontrolltechnik der Konstanthaltung aller relevanten potentiellen Störvariablen, d.h. aller potentiellen Störvariablen W, für die andernfalls die Gleichung 4.4.2 nicht erfüllt wäre, ist wohl eine prinzipiell gangbare Forschungsstrategie.

Bei dieser Kontrolltechnik ist jedoch zu beachten, daß mit der Konstanthaltung auch die entsprechende Einschränkung des Geltungsbereichs der Aussage über eine stochastische Abhängigkeit verbunden ist, nämlich die Einschränkung auf die betreffende Konstanzbedingung. Wird beim Beispiel ‚Drogen und Aktivierung' die Intro/Extraversionsvariable konstant gehalten, so bezieht sich dann die Aussage über eine einfache kausale reglineare Abhängigkeit nur auf jeweils eine der beiden Gruppen der Intro- bzw. Extravertierten. Auf diese mit der Konstanthaltung verbundene Einschränkung des Geltungsbereichs werden wir im Abschnitt 7 ausführlicher eingehen.

## 5.6 Unabhängigkeit

Die im Abschnitt 5.5 behandelten Kontrolltechniken der faktischen Konstanthaltung sind nicht die einzigen Mittel, die uns zur Verfügung stehen, um eine Untersuchung so anzulegen, daß nach Möglichkeit die beobachtete stochastische Abhängigkeit der kausalen entspricht. Andere Kontrolltechniken sind z.B. die Randomisierung und die Parallelisierung. In diesem Abschnitt behandeln wir ein Theorem, auf das diese Kontrolltechniken empirischer Untersuchungen basiert werden können.

---

Theorem 5.6.1. Es mögen wieder die Voraussetzungen und Schreibweisen gelten, die in der Definition der einfachen kausalen reglinearen Abhängigkeit aufgeführt sind.

Wenn Y von X einfach kausal reglinear abhängig ist, dann gilt für jede potentielle Störvariable W die Gleichung

**(5.6.1)** $$E[E(\mathrm{F} \mid \mathrm{W}) \mid \mathrm{X}] \underset{\mathrm{fs}}{=} 0, \qquad \text{wobei} \quad \mathrm{F} :\underset{\mathrm{fs}}{=} \mathrm{Y} - E(\mathrm{Y} \mid \mathrm{X}).$$

---

Beweis. Wenn Y von X einfach kausal reglinear abhängig ist, dann gilt auch die Gleichung 4.4.2, aus der wir wegen der Gleichungen A.5.7, A.5.10 und A.5.5

$$
\begin{aligned}
(5.6.2) \qquad E[E(\mathrm{Y} \mid \mathrm{X},\mathrm{W}) \mid \mathrm{X}] &\underset{\mathrm{fs}}{=} E(\mathrm{Y} \mid \mathrm{X}) \underset{\mathrm{fs}}{=} \\
&\underset{\mathrm{fs}}{=} E[\alpha_{\mathrm{Y}0} + \alpha_{\mathrm{YX}}\,\mathrm{X} \mid \mathrm{X}] + E[E(\mathrm{F} \mid \mathrm{W}) \mid \mathrm{X}] \underset{\mathrm{fs}}{=} \\
&\underset{\mathrm{fs}}{=} \alpha_{\mathrm{Y}0} + \alpha_{\mathrm{YX}}\,\mathrm{X} + E[E(\mathrm{F} \mid \mathrm{W}) \mid \mathrm{X}],
\end{aligned}
$$

erhalten, die nur dann keinen Widerspruch beinhaltet, wenn Gleichung 5.6.1 erfüllt ist, da $E(\mathrm{Y} \mid \mathrm{X}) \underset{\mathrm{fs}}{=} \alpha_{\mathrm{Y}0} + \alpha_{\mathrm{YX}}\,\mathrm{X}$, falls Y von X einfach kausal reglinear abhängig ist.

Zum besseren Verständnis dieses Theorems überlegen wir zunächst, in welchen Fällen die Gleichung 5.6.1 für eine potentielle Störvariable erfüllt ist. Diese Gleichung gilt erstens dann, wenn die Residualvariable F gleich Null ist, wenn also $\mathrm{Y} = \alpha_{\mathrm{Y}0} + \alpha_{\mathrm{YX}}\,\mathrm{X}$, d.h. wenn Y vollständig von X abhängig ist (siehe Abschnitt 5.5). Sie ist zweitens aber auch in dem Fall gegeben, wenn F und W stochastisch unabhängig sind, oder wenn zumindest

$$(5.6.3) \qquad E(\mathrm{F} \mid \mathrm{W}) \underset{\mathrm{fs}}{=} E(\mathrm{F}) = 0$$

gilt, woraus nach Theorem A.5.4 folgt, daß F und W auch unkorreliert sind. Diese Situation ist in Abbildung 3.4.2 dargestellt. Schließlich ist Gleichung 5.6.1 drittens auch dann erfüllt, wenn W und X stochastisch unabhängig sind, denn dann gilt wegen der $\mathcal{A}$(W)-Meßbarkeit[18]) von E(F | W), daß auch E(F) W) und X stochastisch unabhängig sind, woraus nach Theorem A.5.5 und der Gleichung

$$(5.6.4) \qquad E[E(\mathrm{F} \mid \mathrm{W})] = E(\mathrm{F}) = 0$$

ebenfalls die Gleichung 5.6.1 folgt. Aus diesem Grund bezeichnen wir die in Theorem 5.6.1 formulierte Eigenschaft als ‚Unabhängigkeitsbedingung'.

Diese Situation, die man in Experimenten mit den Kontrolltechniken der Randomisierung und der Parallelisierung herstellt, ist in Abbildung 3.4.1 skizziert. Man beachte jedoch, daß die in Theorem 5.6.1 formulierte Unabhängigkeitsbedingung schwächer als die stochastische Unabhängigkeit zwischen W und X, und auch schwächer als die stochastische Unabhängigkeit zwischen $E(\mathrm{F} \mid \mathrm{W})$ und X ist.

---

[18]) Eine stochastische Variable Z [im obigen Fall: E(E | W)] heißt $\mathcal{B}$-meßbar oder meßbar bezüglich der Sigmaalgebra $\mathcal{B}$ [im obigen Fall: bezüglich $\mathcal{A}$(W)] genau dann, wenn die von Z erzeugte Sigmaalgebra $\mathcal{A}$(Z) Teilmenge von $\mathcal{B}$ ist (vgl. z.B. Müller, 1975, S. 164f.) Die bedingte Erwartung ist so definiert, daß E(E | W) meßbar bezüglich $\mathcal{A}$(W) ist (siehe Definition A.5.1) und aus der stochastischen Unabhängigkeit von W und X folgt, der Definition der stochastischen Unabhängigkeit (siehe z.B. Bauer, 1974, S. 150) gemäß, daß auch E(E | W) und X stochastisch unabhängig sind.

Bevor wir ausführlicher auf die Randomisierung eingehen, betrachten wir noch die nachstehende Folgerung aus Theorem 5.6.1, die für die Falsifikation einer Aussage, daß Y von X einfach kausal reglinear abhängig ist, verwendet werden kann.

---

Theorem 5.6.2. Es mögen wieder die Voraussetzungen und Schreibweisen gelten, die in der Definition der einfachen kausalen reglinearen Abhängigkeit aufgeführt sind.

Wenn Y von X einfach kausal reglinear abhängig ist mit

(5.65) $$E(Y \mid X) \underset{fs}{=} \alpha_{Y0} + \alpha_{YX}\, X,$$

und für eine potentielle Störvariable W gilt

(5.6.6) $$E(F \mid W) \underset{fs}{=} \alpha_{F0} + \alpha_{FW}\, W, \quad \text{wobei} \quad F \underset{fs}{:=} Y - E(Y \mid X),$$

dann folgt

(5.6.7) $$E(Y \mid X,W) \underset{fs}{=} (\alpha_{Y0} + \alpha_{F0}) + \alpha_{YX}\, X + \alpha_{FW}\, W$$

und wenn außerdem $\alpha_{FW} \neq 0$, dann gilt auch

(5.6.8) $$E(W \mid X) \underset{fs}{=} E(W),$$

und daß X und W unkorreliert sind.

---

*Beweis.* Gleichung *5.6.7* folgt direkt aus Definition *4.4.1* und Gleichung *5.6.6.* Nach den Gleichungen A.5.7, A.5.10 und A.5.5 erhalten wir aus Gleichung *5.6.7*

*(5.6.9)* $$E[E(Y \mid X,W) \mid X] \underset{fs}{=} E(Y \mid X) \underset{fs}{=} \alpha_{Y0} + \alpha_{YX}\, X + \alpha_{F0} + \alpha_{FW}\, E(W \mid X).$$

Da voraussetzungsgemäß Gleichung *5.6.5* gilt, muß auch $\alpha_{F0} = \alpha_{FW}$ E(W | X) ggelten, was unter der Voraussetzung $\alpha_{FW} \neq 0$ nur dann zutreffen kann, wenn E(W | X) = E(W). Dies aber impliziert nach Theorem A.3.4, daß X und W unkorreliert sind, womit die Behauptung bewiesen ist.

Aus $\alpha_{FW} \neq 0$ und einer Korrelation von X und W ungleich Null, können wir also schließen, daß Y von X nicht einfach kausal reglinear abhängig ist, wenn wir Gleichung 5.6.6 voraussetzen. Gelten dagegen Gleichung 5.6.7, derzufolge keine Interaktion zwischen X und W besteht, und Gleichung 5.6.8, welche die Unkorreliertheit von X und W impliziert, so modifiziert W nicht die Abhängigkeit der Variablen Y von X, d.h. durch die Variable W wird dann nicht verhindert, daß die Koeffizienten $\alpha_{YX}$ in den Gleichungen 5.6.5 und 5.6.7 identisch sind, daß also möglicherweise die reglineare Abhängigkeit der Variablen Y von X einfach kausal ist. Eine Anwendung dieses Prinzips besprechen wir u.a. im folgenden Abschnitt.

## 5.7 Randomisierung und Parallelisierung

Die in Gleichung 5.6.1 formulierte Unabhängigkeitsbedingung einfacher kausaler reglinearer Abhängigkeit kann für viele potentielle Störvariablen W z.B. dadurch erfüllt werden, daß man bei einer empirischen Untersuchung die Kontrolltechnik der Randomisierung anwendet, bei der die Beobachtungseinheiten (Versuchspersonen, -tiere, -gruppen etc.) zufällig auf die verschiedenen experimentellen Bedingungen aufgeteilt werden, so daß zwischen den experimentellen Gruppen höchstens zufällige Unterschiede vor Versuchsbeginn bestehen können. Dabei beachte man, daß vorher bestehende systematische Unterschiede zwischen den experimentellen Gruppen sich in einer stochastischen Abhängigkeit der unabhängigen Variablen X, welche die Gruppenzugehörigkeiten anzeigt, und einer potentiellen Störvariablen W niederschlagen würde, wie wir nun zeigen.

Ist beispielsweise

$$(5.7.1) \qquad x := \begin{cases} 1, & \text{wenn die Beobachtungseinheit zur Versuchs-} \\ 0, & \text{wenn sie zur Kontrollgruppe gehört,} \end{cases}$$

so läßt sich ein Unterschied zwischen den beiden experimentellen Gruppen bezüglich des Erwartungswertes einer abhängigen Variablen Y durch die Gleichung

$$(5.7.2) \qquad E(Y \mid X) \underset{fs}{=} \alpha_{Y0} + \alpha_{YX} X, \quad \text{mit} \quad \alpha_{YX} \neq 0$$

beschreiben. Würde bereits vor der experimentellen Behandlung ein Unterschied bezüglich der abhängigen Variablen zwischen den beiden Gruppen bestehen, so wäre nicht ohne weiteres zu entscheiden, ob der Unterschied $E(Y \mid X=1) - E(Y \mid X=0)$, der aus 5.7.2 folgen würde, auf die experimentelle Behandlung, oder aber auf die bereits vorher vorhandenen Unterschiede zurückzuführen ist. Bezeichnen wir die abhängige Variable vor Beginn der experimentellen Behandlung mit W, dann gälte nämlich wegen der Zweiwertigkeit von X

$$(5.7.3) \qquad E(W \mid X) \underset{fs}{=} \alpha_{W0} + \alpha_{WX} X, \quad \text{mit} \quad \alpha_{WX} \neq 0,$$

wenn vor der experimentellen Behandlung bereits Unterschiede bezüglich des Erwartungswertes der abhängigen Variablen W bestehen.

Wenn wir von einem reglinearen Zusammenhang zwischen der Residualvariablen $F \underset{fs}{=} Y - E(Y \mid X)$ und der abhängigen Variablen W vor der experimentellen Behandlung ausgehen, dann gälte außerdem

$$(5.7.4) \qquad E(F \mid W) \underset{fs}{=} \alpha_{F0} + \alpha_{FW} W, \quad \text{mit} \quad \alpha_{FW} \neq 0.$$

Aus den Gleichungen 5.7.2 bis 5.7.4 folgt aber nach Theorem 5.6.2 bereits, daß Y nicht von X einfach kausal reglinear abhängig ist. Denn $E(W \mid X)$ wäre nach Gleichung 5.7.3 ungleich E(W). Eine reglineare Abhängigkeit der abhängigen Variablen W vor der experimentellen Behandlung von der unabhängigen Variablen X (siehe Gleichung 5.7.3) bei $\alpha_{FW} \neq 0$, würde also die Annahme einer einfachen kausalen reglinearen Abhängigkeit der Variablen Y von X falsifizieren.

Mit der experimentellen Kontrolltechnik der Randomisierung, d.h. der zufälligen Aufteilung der Beobachtungseinheiten auf die Versuchsgruppen, erreicht man, daß vor Versuchsbeginn keine systematischen Unterschiede zwischen den experimentellen Gruppen bestehen, so daß dann X und W stochastisch unabhängig sind, und die Gleichung

(5.7.5) $$E(W \mid X) \underset{fs}{=} \alpha_{W0} + 0 \cdot X = E(W)$$

gilt (vgl. auch Gleichung 5.7.3), da X ja die Zugehörigkeit zu den Versuchsgruppen anzeigt. In diesem Fall ist dann die kausale Interpretierbarkeit durch die abhängige Variable vor Versuchsbeginn nicht gefährdet, wenn man voraussetzt, daß keine Interaktion im varianzanalytischen Sinn zwischen X und W besteht, die durch Randomisierung natürlich nicht ausgeschaltet werden kann.

Diesen Sachverhalt kann man etwas anders auch folgendermaßen beschreiben, wenn wir uns einen Vorgriff auf bisher noch nicht definierte Begriffe erlauben. Angenommen die direkten kausalen reglinearen Abhängigkeiten einer Variablen Y von den Variablen X und W können durch die Gleichung

(5.7.6) $$E(Y \mid X,W) \underset{fs}{=} \beta_{Y0} + \beta_{YX}\, X + \beta_{YW}\, W$$

beschrieben werden, dann impliziert die stochastische Unabhängigkeit der Variablen X und W, daß die reglineare Abhängigkeit der Variablen Y von X einfach kausal ist, d.h. es gilt dann

(5.7.7) $$E(Y \mid X) \underset{fs}{=} \alpha_{Y0} + \alpha_{YX}\, X,$$

wobei $\alpha_{YX} = \beta_{YX}$, denn nach den Gleichungen A.5.7 und A.5.10 erhalten wir

(5.73) $$\begin{aligned} E[E(Y \mid X,W) \mid X] &\underset{fs}{=} E(Y \mid X) \underset{fs}{=} \\ &\underset{fs}{=} \beta_{Y0} + \beta_{YX}\, X + \beta_{YW}\, E(W \mid X) \underset{fs}{=} \\ &\underset{fs}{=} [\beta_{Y0} + \beta_{YW}\, E(W)] + \beta_{YX}\, X \\ &= \alpha_{Y0} + \alpha_{YX}\, X, \end{aligned}$$

da aus der stochastischen Unabhängigkeit von X und W folgt; E(W) X) $\underset{fs}{=}$ E(W) (siehe Theorem A.5.5).

Durch Randomisierung, d.h. die zufällige Aufteilung der Beobachtungseinheiten auf die experimentellen Gruppen, kann man für alle potentielle Störvariablen W erreichen, daß eine stochastische Unabhängigkeit mit X besteht, denn die obige Argumentation ist nicht nur dann gültig, wenn W die abhängige Variable gemessen vor der experimentellen Behandlung ist, sondern sie gilt für jede beliebige potentielle Störvariable W. Durch die Kontrolltechnik der Randomisierung wird aber von vornherein sichergestellt, daß die im Theorem 5.6.1 formulierte notwendige Bedingung einfach kausaler reglinearer Abhängigkeit, nämlich Gleichung 5.6.1, für viele dieser potentiellen Störvariablen erfüllt ist.

Randomisierung ist jedoch keine Garantie dafür, daß eine einfache kausale reglineare Abhängigkeit besteht, wie auch das Beispiel ‚Drogen und Aktivierung' zeigt, in dem der Fall einer Interaktion im varianzanalytischen Sinn besprochen wurde. Solche Interaktionen einer unabhängigen Variablen X (im Beispiel: der Drogenvariablen) mit einer weiteren X gleich- oder vorgeordneten Variablen W (im Beispiel: der Intro/Extraversionsvariablen) sind hinreichend dafür, daß eine reglineare Abhängigkeit einer Variablen Y von X nicht einfach kausal ist. Dabei ist es irrelevant, ob diese weitere Variable W erhoben wurde oder nicht. Wichtig ist dabei nur, ob eine solche Interaktion in der betreffenden Situationsklasse besteht oder nicht.

Neben der Kontrolltechnik der Randomisierung lassen sich eventuell vorher bestehende Unterschiede zwischen den experimentellen Gruppen bezüglich des Erwartungswerts der abhängigen Variablen auch ausschalten, indem man die Gruppen bezüglich der abhängigen Variablen W vor der experimentellen Behandlung parallelisiert, d.h. durch gezielte Aufteilung der Versuchspersonen auf die experimentellen Gruppen, bezüglich der Variablen W gleichmacht, so daß dann nicht mehr $\alpha_{WX} \neq 0$ gilt (siehe Gleichung 5.7.3). Gegenüber der Randomisierung hat die Parallelisierung den Nachteil, daß man mit dieser Kontrolltechnik nur für diejenige potentielle Störvariable W, bezüglich der parallelisiert wird, erreicht, daß die Gleichung 5.6.1 erfüllt ist. Mit der Randomisierung hingegen kann man erreichen, daß die Gleichung 5.6.1 für alle Störvariablen W erfüllt ist, wobei keine davon tatsächlich beobachtet werden muß.

## 5.8 Zusammenfassende Bemerkungen

In diesem Abschnitt wurden die formalen Eigenschaften des Begriffs der einfachen kausalen reglinearen Abhängigkeit einer stochastischen Variablen Y von einer zweiten stochastischen Variablen X behandelt. Es wurde gezeigt, daß die verschiedenen experimentellen Kontrolltechniken auf diese Eigenschaften basiert werden können, ebenso wie Strategien zur Falsifizierung von Aussagen über einfache kausale reglineare Abhängigkeit in nichtexperimentellen Situationen.

Als wichtigste formale Eigenschaft wurde bewiesen, daß die Unabhängigkeitsbedingung

(5.8.1) $$E[E(\mathrm{F} \mid \mathrm{W}) \mid \mathrm{X}] \underset{\mathrm{fs}}{=} 0$$

für alle potentiellen Störvariablen W gilt, wenn Y von X einfach kausal reglinear abhängig ist. Diese ist z.B. dann erfüllt, wenn X und W stochastisch unabhängig sind.

Auf diese Eigenschaft lassen sich verschiedene experimentelle Kontrolltechniken basieren. Mit der Randomisierung, d.h. der zufälligen Aufteilung der Beobachtungseinheiten auf die beiden experimentellen Gruppen[19], die durch die unabhängige Variable X repräsentiert werden, legt man ein Experiment so an, daß X und alle potentielle Störvariablen W stochastisch unabhängig sind, so daß dann die Gleichung 5.8.1 erfüllt ist, die ja eine notwendige Bedingung einfacher kausaler reglinearer Abhängigkeit der Variablen Y von X ist. Mit der Parallelisierung bezüglich einer bestimmten potentiellen Störvariablen W macht man die experimentellen Gruppen bezüglich W gleich. Da X die Gruppenzugehörigkeit repräsentiert, wird damit erreicht, daß X und die betreffende Störvariable W stochastisch unabhängig sind. Das gleiche Ziel erreicht man auch mit der Konstanthaltung einer potentiellen Störvariablen W, eine Technik, die auch dazu führt, daß für diese Variable W dann die Gleichung 4.4.2 gilt. Konstanthaltung ist also die einzige dieser Techniken, die dazu führt, daß auch das in Gleichung 4.4.2 enthaltene Interaktionsverbot zwischen X und W für die konstantgehaltene Variable W erfüllt ist.

# *6. Münze und Elektromagnet mit zwei Schaltern*

## 6.1 Einleitende Bemerkungen

In diesem Abschnitt soll die Diskussion der Fragen des Geltungsbereichs oder der externen Validität (Campbell & Stanley, 1963) einer Aussage über kausale Abhängigkeiten vorzubereitet werden. Dazu wird das Beispiel ‚Münzen und Elektromagnet' abgewandelt, indem wir einen Elektromagneten betrachten, der zwei Schalter hat. Mit jedem dieser Schalter kann man eine gewisse Feldstärke des Magneten hinzuschalten. Wenn beide Schalter auf ‚Aus' stehen, so ist der Elektromagnet völlig ausgeschaltet, steht einer der beiden Schalter auf ‚An', so hat der Magnet dieselbe Feldstärke, wie im Beispiel des Abschnitts 2, und sind beide Schalter an, so ist die Feldstärke doppelt so groß. An diesem

---

[19]) Bei mehr als zwei Gruppen braucht man zur Kodierung der Gruppenzugehörigkeiten mehr als nur eine unabhängige Variable X, worauf wir später ausführlicher eingehen werden.

Beispiel wollen wir überprüfen, ob die dabei auftretenden stochastischen Abhängigkeiten der Münzwurfergebnisse von den Zuständen des Elektromagneten durch ein kausales reglineares Modell beschrieben werden können. Als Alternative wird das logitlineare Modell angeführt, das aus der Literatur zur Analyse binärer Daten bekannt ist.

## 6.2 Beschreibung des Beispiels

Im Gegensatz zum Beispiel des Abschnitts 2 können wir uns hier mit dem Werfen einer einzigen Münze begnügen, die auf einer Seite aus Plastik und auf der anderen Seite aus Metall besteht. Diese Münze wird auf eine Platte geworfen, welche die Eigenschaften eines Elektromagneten hat. Dieser kann in einem von vier verschiedenen Zuständen sein: Während die Münze geworfen wird, sei der Elektromagnet mit der Wahrscheinlichkeit von 0.25 im ersten Zustand, in dem er ausgeschaltet ist. Außerdem nehmen wir an, daß unter diesem Zustand, die bedingte Wahrscheinlichkeit, daß die Münze auf die Metallseite fallt, 0.5 beträgt (siehe die erste Spalte in Tabelle 6.2.1).

Tabelle 6.2.1: Die vier Spalten repräsentieren vier Situationsklassen, die jeweils mit Wahrscheinlichkeit 0.25 auftreten, in denen beide Schalter des Elektromagneten aus, einer der Schalter an und beide Schalter an sind, während die Münze geworfen wird. Die angegebenen Zahlen sind die bedingten Wahrscheinlichkeiten, daß die Münze auf die Metall- bzw. Plastikseite fällt, gegeben eine der vier Bedingungen.

| | | Schalter 1 | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | aus | | an | |
| | | Schalter 2 | | Schalter 2 | |
| | | aus | an | aus | an |
| Münze fällt auf | Metallseite | 0.5 | 0.9 | 0.9 | 0.9878 |
| | Plastikseite | 0.5 | 0.1 | 0.1 | 0.0122 |

Ebenfalls jeweils mit Wahrscheinlichkeit 0.25 sei der Elektromagnet im zweiten und dritten Zustand, daß nämlich der erste Schalter an und der zweite aus bzw. der erste aus und der zweite Schalter an ist, während die Münze geworfen wird. Für beide Zustände nehmen wir an, daß die bedingte Wahrscheinlichkeit, daß die Münze auf die Metallseite fällt, 0.9 beträgt.

Im vierten Zustand schließlich, der ebenfalls mit Wahrscheinlichkeit 0.25 eintreten möge, sind beide Schalter an. Dies kann nun aber nicht bedeuten, daß der Effekt 0.9 - 0.5 = 0.4, der festzustellen ist, wenn ein Schalter an ist (siehe auch Abschnitt 2), nun einfach verdoppelt sein kann, da sonst das Intervall [0,1] für die bedingte Wahrscheinlichkeit überschritten wäre, denn 0.5 + 0.4 + 0.4 > 1.0. Die Erhöhung der bedingten Wahrscheinlichkeit von 0.9, unter der Bedingung, daß der erste Schalter an ist, auf eine bedingte Wahrscheinlichkeit für die Bedingung, daß beide Schalter an sind, muß also so erfolgen, daß der Betrag von 1.0 nicht überschritten wird. Wenn man bedenkt, daß sich die physikalischen Feldstärken der mit den beiden Schaltern kontrollierten Magnetfelder aufaddieren, so ist es wohl plausibel, wenn wir die fehlende bedingte Wahrscheinlichkeit nach einem Modell festlegen, in dem sich ebenfalls die Effekte aufaddieren. Ein solches Modell ist das logitlineare Modell, nach welchem die in Tabelle 6.2.1 angegebene bedingte Wahrscheinlichkeit von 0.9878, gegeben beide Schalter sind an, berechnet wurde.

Das logitlineare Modell ist aus der Literatur zur statistischen Analyse binärer Daten (siehe z.B. Bishop, Fienberg & Holland, 1975, Coleman, 1981, Cox, 1970 oder Goodman, 1978), aber auch in der Literatur zur Konstruktion psychometrischer Tests (siehe z.B. Fischer, 1974, Lord & Novick, 1968, Lumsden, 1976 und Rasch, 1960) wohlbekannt. Definieren wir die Münzvariable

(6.2.1) $$Y_1 := \begin{cases} 1, & \text{wenn die Münze auf die Metallseite,} \\ 0, & \text{wenn sie auf die Plastikseite fällt,} \end{cases}$$

die erste Magnetvariable

(6.2.2) $$X_1 := \begin{cases} 1, & \text{wenn der erste Schalter an,} \\ 0, & \text{wenn er aus ist,} \end{cases}$$

die zweite Magnetvariable

(6.2.3) $$X_2 := \begin{cases} 1, & \text{wenn der zweite Schalter an,} \\ 0, & \text{wenn er aus ist,} \end{cases}$$

und das Ereignis

(6.2.4) $$B := \{\omega \in \Omega\colon Y_1(\omega) = 1\},$$

daß die Münze auf die Metallseite fällt, so können die bedingten Wahrscheinlichkeiten in Tabelle 6.2.1 durch das folgende logitlineare Modell erzeugt werden:

(6.2.5) $$E(Y_1 \mid X_1,X_2) \underset{fs}{=} P(B \mid X_1,X_2) \underset{fs}{=}$$

$$\underset{fs}{=} \frac{\exp(\beta_{10} + \beta_{11} X_1 + \beta_{12} X_2)}{1 + \exp(\beta_{10} + \beta_{11} X_1 + \beta_{12} X_2)} =$$

$$= \frac{\exp(2.1972 \cdot X_1 + 2.1972 \cdot X_2)}{1 + \exp(2.1972 \cdot X_1 + 2.1972 \cdot X_2)} .$$

Wie man sich leicht überzeugen kann, kann man mit dieser Gleichung die Daten der Tabelle 6.2.1 bis auf Rundungsfehler reproduzieren. So resultiert aus Gleichung 6.2.5 z.B. die bedingte Wahrscheinlichkeit

(6.2.6) $$P(B \mid X_1{=}1, X_2{=}1) = \frac{\exp(4.3944)}{1 + \exp(4.3944)} = 0.9878,$$

und auf entsprechende Weise erhält man die anderen bedingten Wahrscheinlichkeiten in Tabelle 6.2.1, die auch so gewählt wurden, daß sie mit der Gleichung 6.2.5 beschrieben werden können[20]).

## 6.3 Reglineare Abhängigkeit

Wir versetzen uns nun in die Lage eines Forschers, der die in Tabelle 6.2.1 angegebenen Wahrscheinlichkeiten als relative Häufigkeiten einer langen Versuchsreihe gefunden hat, in welcher der Versuch, die Münze zu werfen, während der Elektromagnet mit den angegebenen Wahrscheinlichkeiten in einem der vier Zustände ist, sehr oft durchgeführt wurde.

Als erstes wollen wir dabei untersuchen, ob sich die stochastische Abhängigkeit der Münzwurfvariablen $Y_1$ von der ersten Magnetvariablen $X_I$ als einfache kausale reglineare Abhängigkeit beschreiben läßt. Dabei legen wir den Wahrscheinlichkeitsraum $(\Omega, \mathcal{A}, P)$ zugrunde, der alle vier in Tabelle 6.2.1 aufgeführten Situationsklassen, die durch die vier Zustände des Elektromagneten charakterisiert sind, als Unterklassen enthält, d.h. $(\Omega, \mathcal{A}, P)$ soll den gesamten Versuch repräsentieren.

Die bedingte Wahrscheinlichkeit, daß die Münze auf die Metallseite fallt, gegeben der erste Schalter ist an, beträgt dann 0.9439, und die entsprechende Wahrscheinlichkeit, gegeben der erste Schalter ist aus, beträgt dann 0.7. Diese Daten sind noch einmal in einer etwas anderen Art als in Tabelle 6.2.1 in der Tabelle 6.3.1 dargestellt, aus der nun auch zu ersehen ist, daß die beiden Magnetvariablen $X_1$ und $X_2$, welche die Schalterstellungen anzeigen, stochastisch unabhängig sind.

---

[20]) Ob sich die Daten eines entsprechenden echten physikalischen Experiments tatsächlich durch ein logitlineares Modell beschreiben lassen, ist wohl eine empirische Frage, und hier letztlich irrelevant, da dieses Beispiel nur dazu dient, Grundgedanken kausaler reglinearer und logitlinearer Modelle zu erläutern, und die Diskussion der Fragen externer Validität im nächsten Abschnitt vorzubereiten.

Tabelle 6.3.1: Vier Situationsklassen, die jeweils mit Wahrscheinlichkeit 0.25 auftreten, in denen beide Schalter des Elektromagneten aus, einer der Schalter an und beide Schalter an sind, während die Münze geworfen wird. Die angegebenen Zahlen im Innern der Tabelle sind die bedingten Wahrscheinlichkeiten, daß die Münze auf die Metallseite fallt gegeben eine der vier Bedingungen. In Klammern sind die Wahrscheinlichkeiten für das Auftreten der vier Situationsklassen und deren Vereinigungen angegeben.

| | | Schalter 2 | | |
|---|---|---|---|---|
| | | an | aus | |
| Schalter 1 | an | 0.9878 (0.25) | 0.9 (0.25) | 0.9439 (0.5) |
| | aus | 0.9 (0.25) | 0.5 (0.25) | 0.7 (0.5) |
| | | 0.9439 (0.5) | 0.7 (0.5) | (1.0) |

Wegen der Zweiwertigkeit von $X_1$ läßt sich die stochastische Abhängigkeit der Münzvariablen $Y_1$ von $X_1$ durch

(6.3.1) $$E(Y_1 \mid X_1) \underset{fs}{=} P(B \mid X_1) \underset{fs}{=} \alpha_{10} + \alpha_{11} X_1 = 0.7 + 0.2439 \cdot X_1$$

als reglineare Abhängigkeit beschreiben, wobei wir die numerischen Werte der Koeffizienten aus den beiden Gleichungen

(6.3.2) $$P(B \mid X_1{=}1) = \alpha_{10} + \alpha_{11} = 0.9439$$

und

(6.3.3) $$P(B \mid X_1{=}0) = \alpha_{10} = 0.7$$

erhalten, die beide aus Gleichung 6.3.1 nach den Gleichungen A.5.2, A.4.6 und A.4.3 des Anhangs folgen.

In diesem Beispiel können wir eine eindeutige zeitliche Geordnetheit der Variablen voraussetzen, denn die beiden Magnetvariablen sind der Versuchsanlage gemäß der Münzvariablen vorgeordnet. Falls in diesem Beispiel die Invarianzbedingung für die durch Gleichung 6.3.1 beschriebenen reglinearen Abhängigkeit gegeben wäre, könnten wir diese Abhängigkeit auch kausal interpretieren und den Koeffizienten $\alpha_{11}$ als einfachen kausalen reglinearen Effekt von $X_1$ auf $Y_1$ bezeichnen. Die Bedingung der Invarianz ist jedoch nicht erfüllt, wie wir nun anhand des Theorems 5.4.1 verifizieren.

Offensichtlich besteht in diesem Beispiel eine Interaktion im varianzanalytischen Sinn zwischen der ersten und der zweiten Magnetvariablen $X_1$ bzw. $X_2$. Ein multiples reglineares Modell mit Interaktion, welches die Abhängigkeiten von $Y_1$ unter allen vier Zuständen des Elektromagneten beschreibt, ist demnach

(6.3.4)
$$E(Y_1 \mid X_1,X_2) \underset{fs}{=} P(B \mid X_1,X_2) \underset{fs}{=}$$
$$\underset{fs}{=} 0.5 + 0.4 \cdot X_1 + 0.4 \cdot X_2 + (-0.3122) \cdot X_1 \cdot X_2,$$

wobei wir die numerischen Werte auf analoge Weise wie beim Modell mit einer einzigen unabhängigen Variablen erhalten, nur daß wir hier vier Gleichungen mit vier Unbekannten zu lösen haben.

Nicht nur mit dem logitlinearen Modell (siehe Gleichung 6.2.5), sondern auch mit diesem reglinearen Modell mit Interaktion lassen sich die stochastischen Abhängigkeiten der Münzvariablen $Y_1$ von den beiden Magnetvariablen $X_1$ und $X_2$ perfekt beschreiben, denn auch mit Gleichung 6.3.4 können die in Tabelle 6.2.1 angegebenen bedingten Wahrscheinlichkeiten exakt reproduziert werden. Die in diesem reglinearen Modell vorkommenden Parameter lassen sich jedoch nicht kausal interpretieren, da die in Definition 4.4.1 formulierte Invarianzbedingung nicht erfüllt ist. Zum einen bleibt nämlich der Parameter $\alpha_{11} = 0.2439$ aus Gleichung 6.3.1 bei der Erweiterung von $E(Y_1 \mid X_1)$ auf $E(Y_1 \mid X_1,X_2)$ nicht invariant, denn in Gleichung 6.3.4 hat $X_1$ nicht den Koeffizienten 0.2439, sondern 0.4, und zum zweiten kommt in Gleichung 6.3.4 der Interaktionsparameter -0.3122 vor, der nach Theorem 5.4.1 gleich Null sein müßte. Schon eine dieser beiden Tatsachen aber genügt, um die Annahme zu falsifizieren, daß $Y_1$ von $X_1$ auf dem Wahrscheinlichkeitsraum $(\Omega,\mathcal{A},P)$ einfach kausal reglinear abhängig ist, wobei $(\Omega,\mathcal{A},P)$ den gesamten Versuch repräsentiert.

Der in Gleichung 6.3.4 vorkommende Interaktionsparameter ist in gewisser Weise artifiziell, da es ein anderes Modell gibt, welches ohne einen solchen Parameter auskommt, nämlich das logitlineare Modell der Gleichung 6.2.5. In diesem Modell verhalten sich die beiden Parameter additiv, was in besserer Übereinstimmung mit unserem physikalischen Wissen über die Additivität der Feldstärken von Magneten steht.

Dieses Beispiel illustriert noch einmal die in der Definition 4.4.1 formulierte Eigenschaft, daß eine reglineare Abhängigkeit einer Variablen Y von X immer dann nicht einfach kausal ist, wenn eine Interaktion von X mit potentiellen Störvariablen W (im Beispiel: der zweiten Magnetvariablen) besteht. Ein möglicher Weg wäre nun, die Aussage, daß die Münzvariable $Y_1$ einfach kausal reglinear von der ersten Magnetvariablen $X_1$ abhängig ist, auf jeweils eine der beiden Bedingungen, daß der zweite Schalter an bzw. aus ist, einzuschränken, so daß für jede dieser beiden Situationen ein unterschiedlicher einfacher kausaler reglinearer Effekt der ersten Magnetvariablen auf die Münzvariable angenommen wird, worauf wir ausführlicher im Abschnitt 7 eingehen werden. Die Bedingung der Invarianz könnte dann jeweils innerhalb dieser beiden Situationsklassen überprüft werden, indem man nach anderen potentiellen Störvariablen sucht und prüft, ob für diese die Invarianzbedingung erfüllt ist.

## 6.4 Logitlineare Abhängigkeit

Angenommen, wir wüßten nichts von der zweiten Magnetvariablen $X_2$ und wollten die Abhängigkeit der Münzvariablen $Y_1$ von der ersten Magnetvariablen $X_1$ durch ein einfaches logitlineares Modell beschreiben. Bezeichnen wir das Ereignis, daß die Münze auf die Metallseite fällt, weiterhin mit

$$B := \{\omega \in \Omega : Y_1(\omega) = 1\}, \tag{6.4.1}$$

so gilt dann die Gleichung

$$E(Y_1 \mid X_1) \underset{fs}{=} P(B \mid X_1) \underset{fs}{=} \frac{\exp(\gamma_{10} + \gamma_{11} X_1)}{1 + \exp(\gamma_{10} + \gamma_{11} X_1)}. \tag{6.4.2}$$

Aus den daraus folgenden beiden bedingten Wahrscheinlichkeiten $P(B \mid X_1 = 0)$ und $P(B \mid X_1 = 1)$ erhalten wir nach einigen algebraischen Umformungen die folgenden beiden Gleichungen:

$$\gamma_{10} = \ln\left[\frac{P(B \mid X_1{=}0)}{1 - P(B \mid X_1{=}0)}\right] = \ln\,[0.7/(1 - 0.7)] = 0.8473 \tag{6.4.3}$$

und

$$\gamma_{10} + \gamma_{11} = \ln\left[\frac{P(B \mid X_1{=}1)}{1 - P(B \mid X_1{=}1)}\right] = \tag{6.4.4}$$

$$= \ln\,[0.9439/(1 - 0.9439)] = 2.8229.$$

Daraus ergibt sich der Koeffizient $\gamma_{11} = 1.9756$, der nicht mit $\beta_{11} = 2.1972$ aus Gleichung 6.2.5 identisch ist.

Hierin besteht ein wichtiger *Unterschied* zum reglinearen *Modell*. Obwohl $X_1$ und $X_2$ stochastisch unabhängig sind (siehe Tabelle 6.3.1), darf man $X_2$ im logitlinearen Fall offenbar nicht ignorieren, denn sonst kann man den tatsächlichen kausalen Effekt (hier: $\beta_{11} = 2.1972$) nicht korrekt bestimmen. Im Fall einer einfachen kausalen reglinearen Abhängigkeit könnte man $X_2$ ignorieren, und würde dennoch den einfachen kausalen reglinearen Effekt von $X_1$ auf $Y_1$ korrekt ermitteln, falls $X_1$ und $X_2$ stochastisch unabhängig sind. Diese besonders vorteilhafte Eigenschaft, auf die wir die Kontrolltechnik der Randomisierung basieren können (siehe Abschnitt 5.7), gilt im Fall logitlinearer Abhängigkeit offenbar nicht. Bei multipler logitlinearer Abhängigkeit (siehe Gleichung 6.2.5) ist Randomisierung anscheinend kein Verfahren, das dazu beitragen kann, eine kausale Interpretation einer solchen logitlinearen Abhängigkeit zu ermöglichen. Offenbar muß man im logitlinearen Fall statt dessen auf die Kontrolltechnik der Konstanthaltung (hier: der zweiten Magnetvariablen) zurückgreifen, worauf wir ausführlicher im Abschnitt 7 eingehen.

## 6.5 Zusammenfassende Bemerkungen

In diesem Abschnitt wurde ein Beispiel dargestellt, in dem das Ergebnis des Werfens einer Münze durch zwei Schalter eines Elektromagneten beeinflußt werden kann. In diesem Beispiel läßt sich die Abhängigkeit der Münzvariablen $Y_1$ von den beiden Magnetvariablen $X_1$ und $X_2$, welche jeweils die Schalterstellungen angeben, sowohl durch ein reglineares Modell mit Interaktion zwischen den beiden Magnetvariablen beschreiben, als auch durch ein logitlineares Modell, in dem keine solche Interaktion vorkommt. Die Interaktion im reglinearen Modell kann daher in diesem Beispiel als modellbedingt oder artifiziell bezeichnet werden. Wegen der Interaktion zwischen $X_1$ und $X_2$ ist in diesem Beispiel die Münzvariable $Y_1$ nicht von einer der Magnetvariablen $X_1$ oder $X_2$ einfach kausal reglinear abhängig.

Versucht man die Abhängigkeit der Münzvariablen $Y_1$ z.B. von der ersten Magnetvariablen $X_1$ durch ein einfaches logitlineares Modell zu beschreiben, so erhält man dabei einen anderen Parameter als denjenigen, mit dem im Modell mit beiden Magnetvariablen $X_1$ und $X_2$ die Daten erzeugt wurden, obwohl die beiden Magnetvariablen stochastisch unabhängig sind. Hierin besteht ein wichtiger Unterschied zwischen logitlinearer und reglinearer Abhängigkeit, denn beim reglinearen Fall ist die stochastische Unabhängigkeit von $X_1$ und $X_2$ hinreichend dafür, daß $X_2$ die Beziehung zwischen Y und $X_1$ nicht modifiziert, falls auch keine Interaktion zwischen $X_1$ und $X_2$ besteht (siehe Abschnitt 5.6).

In diesem Beispiel kann weder die einfache reglineare, noch die einfache logitlineare Abhängigkeit als kausal bezeichnet werden, wenn man einfache kausale logitlineare Abhängigkeit analog zur einfachen kausalen reglinearen Abhängigkeit definieren würde. Als Ausweg bleibt in einem solchen Fall nur die Einschränkung des Geltungsbereichs der Modelle mit einer einzigen unabhängigen Variablen auf jeweils eine der beiden Situationen, daß der zweite Schalter des Elektromagneten an oder aber aus ist, worauf wir ausführlicher u. a. im folgenden Abschnitt eingehen werden.

# *7. Externe Validität*

## 7.1 Einleitende Bemerkungen

Der Begriff der externen Validität wurde neben dem der internen Validität (siehe Abschnitt 3) als das zweite fundamentale Gütekriterium für eine empirische Untersuchung von Campbell (siehe z.B. Campbell, 1957, Campbell & Stanley, 1963) eingeführt: ,,Externe Validität fragt nach der Generalisierbarkeit: Auf welche Populationen, situativen Bedingungen, Behandlungs- und Meßvariablen kann dieser Effekt verallgemeinert werden?“ (Campbell & Stanley, 1963, S. 175, Übersetzung durch den Autor).

Sieht man von den bereits von Gadenne (1976) und später auch von Bredenkamp (1979, 1980) kritisierten induktivistischen Formulierungen ab, so verbergen sich in der Tat hinter dieser Bezeichnung zwei Fragen, die einer expliziten Diskussion bedürfen: Zum einen die Frage nach dem Geltungsbereich einer Aussage über eine kausale stochastische Abhängigkeit, und zum anderen die Frage nach der Variablenvalidität, also die Frage: ,,Wie gut repräsentieren die Variablen einer Untersuchung das jeweils Gemeinte?“ (Bredenkamp, 1980, S. 31).

Zur Lösung der zweiten Frage ist die Theorie latenter Variablen von Bedeutung, über die Moosbrugger (1982) in diesem Band einen Überblick gibt. In diesem Abschnitt werden wir nur auf die Frage nach dem Geltungsbereich näher eingehen. Bezüglich des Problems der Variablenvalidität müssen wir dabei voraussetzen, daß die jeweils betrachteten Variablen tatsächlich die in einer Untersuchung gemeinten sind. Dabei müssen diese Variablen keineswegs direkt beobachtbar oder ‚manifest‘ sein, statt dessen kann es sich ebensogut um ‚latente‘, nicht direkt beobachtbare Variablen handeln.

Auch die verbliebene Frage nach dem Geltungsbereich kann in zwei verschiedene Aspekte untergliedert werden, den der Situationsvalidität und den der Populationsvalidität, die wir in den folgenden beiden Abschnitten behandeln werden. Im letzten Abschnitt zeigen wir dann, wie zwei verschiedene Modelle hinsichtlich ihrer ‚externen Validität‘ bzw. ihres Geltungsbereichs miteinander verglichen werden können.

## 7.2 Situationsvalidität

Der erste Aspekt der externen Validität, den wir hier behandeln wollen, ist der der ,,Situationsvalidität“ (Hager & Westermann, 1982) oder der ,,ökologischen Validität“ (Bredenkamp, 1979, 1980; Brunswik, 1956). Bei diesem Gesichtspunkt der externen Validität handelt es sich um die Frage, für welche Situationsklassen oder ,,situativen Bedingungen“ eine kausale stochastische Abhängigkeit behauptet werden kann. Wir zeigen nun, wie diese Fragen in der hier vorgestellten Theorie behandelt werden können.

Dabei gehen wir von dem im Abschnitt 6 beschriebenen Beispiel aus. Dort hatten wir festgestellt, daß die reglineare Abhängigkeit der Münzvariablen $Y_1$ von der ersten Magnetvariablen $X_1$ nicht einfach kausal ist, wenn wir den Wahrscheinlichkeitsraum $(\Omega, \mathcal{A}, P)$ zugrunde legen, der die Situationsklasse repräsentiert, in welcher der zweite Schalter mit Wahrscheinlichkeit 0.5 an bzw. aus ist, und als einen Ausweg haben wir dort erwogen, den Geltungsbereich der Aussage jeweils auf eines der beiden Ereignisse

(7.2.1) $$A := \{\omega \in \Omega\colon X_2(\omega) = 1\},$$

daß der zweite Schalter an ist, bzw.

(7.2.2) $$\bar{A} := \{\omega \in \Omega\colon X_2(\omega) = 0\},$$

daß der zweite Schalter aus ist, einzuschränken, oder mit anderen Worten, den zweiten Schalter konstant zu halten. Formal können wir dies dadurch ausdrücken, daß wir nicht mehr den Wahrscheinlichkeitsraum $(\Omega, \mathcal{A}, P)$, sondern die Wahrscheinlichkeitsräume $(\Omega, \mathcal{A}, P_A)$ bzw. $(\Omega, \mathcal{A}, P_{\bar{A}})$ zugrunde legen, wobei die Wahrscheinlichkeitsmaße $P_A$ und $P_{\bar{A}}$ durch

(7.2.3) $$P_A(B) := P(B \mid A) := P(A \cap B)/P(A),$$
$$\text{für alle } B \in \mathcal{A}, \quad P(A) > 0,$$

bzw.

(7.2.4) $$P_{\bar{A}}(B) := P(B \mid \bar{A}) = P(\bar{A} \cap B)/P(\bar{A}),$$
$$\text{für alle } B \in \mathcal{A}, \quad P(\bar{A}) > 0,$$

definiert sind, vorausgesetzt, daß die Wahrscheinlichkeiten von A und Ä größer Null sind.

Bezeichnen wir mit

(7.2.5) $$B := \{\omega \in \Omega\colon Y_1(\omega) = 1\}$$

das Ereignis, daß die Münze auf die Metallseite fällt, dann gilt beispielsweise unter der Bedingung, daß der zweite Schalter aus ist, für die bedingte Erwartung der Münzvariablen $Y_1$ unter der ersten Magnetvariablen $X_1$ bezüglich des Maßes $P_{\bar{A}}$ die Gleichung[21])

(7.2.6) $$E_{\bar{A}}(Y_1 \mid X_1) \underset{P_{\bar{A}}\text{-fs}}{=} P_{\bar{A}}(B \mid X_1) \underset{P_{\bar{A}}\text{-fs}}{=} \beta_{10} + \beta_{11}\, X_1 = 0.5 + 0.4 \cdot X_1,$$

wobei man die numerischen Werte der Koeffizienten aus der Tabelle 6.2.1 durch Bildung der bedingten Erwartungswerte $E_{\bar{A}}(Y_1 \mid X_1{=}0) = P_{\bar{A}}(B \mid X_1{=}0)$ und $E_{\bar{A}}(Y_1 \mid X_1{=}1) = P_{\bar{A}}(B \mid X_1{=}1)$ und Lösung der resultierenden beiden Gleichungen

(7.2.7) $$\beta_{10} = P_{\bar{A}}(B \mid X_1{=}0) = P(B \mid X_1{=}0, X_2{=}0) = 0.5$$

---

[21]) Das Zeichen, $\underset{P_{\bar{A}}\text{-fs}}{=}$ ‘ in Gleichung 7.2.6 heißt ‚fast sicher bezüglich des Wahrscheinlichkeitsmaßes $P_{\bar{A}}$‘ (siehe die Bemerkungen zu Definition A.5.1).

und

(7.2.8) $$\beta_{10} + \beta_{11} = P_{\bar{A}}(B \mid X_1=1) = P(B \mid X_1=1, X_2=0) = 0.9$$

nach den zwei unbekannten Koeffizienten erhält.

Auf analoge Weise resultiert dann für die Bedingung A die folgende Gleichung für die bedingte Erwartung $E_A(Y_1 \mid X_1)$ bezüglich des Wahrscheinlichkeitsmaßes $P_A$

(7.2.9) $$E_A(Y_1 \mid X_1) \underset{P_A\text{-fs}}{=} 0.9 + 0.0878 \cdot X_1.$$

Dies bestätigt noch einmal das in Abschnitt 6.3 gefundene Ergebnis, daß $Y_1$ von $X_1$ nicht einfach kausal reglinear abhängig ist, denn die Koeffizienten aus den Gleichungen 7.2.6 und 7.2.9 sind nicht identisch, wie es der Definition der einfachen kausalen reglinearen Abhängigkeit gemäß der Fall sein müßte. Der Koeffizient $\alpha_{11}$ = 0.2439 aus Gleichung 6.3.1 läßt sich also nicht als einfacher kausaler reglinearer Effekt von X, auf $Y_1$ interpretieren, wenn wir den Wahrscheinlichkeitsraum $(\Omega,\mathcal{A},P)$ zugrunde legen, der den gesamten Versuch repräsentiert; er kann lediglich als *Durchschnitt der beiden kausalen einfachen reglinearen Effekte* 0.4 und 0.0878 aus den Gleichungen 7.2.6 und 7.2.9 bezeichnet werden.

Schränken wir den Geltungsbereich unserer Aussage über eine einfache kausale reglineare Abhängigkeit der Variablen $Y_1$ von $X_1$ auf jeweils eine der beiden Bedingungen A bzw. $\bar{A}$ ein, indem wir anstelle des Wahrscheinlichkeitsraums $(\Omega,\mathcal{A},P)$ jeweils die Wahrscheinlichkeitsräume $(\Omega,\mathcal{A},P_A)$ bzw. $(\Omega,\mathcal{A},P_{\bar{A}})$ zugrunde legen, so spräche wohl nichts dagegen, die durch die Gleichungen 7.2.6 und 7.2.9 beschriebenen Abhängigkeiten jeweils kausal zu interpretieren. Entsprechend ist aber der *Geltungsbereich dieser* Aussagen *auf die Bedingungen* $\bar{A}$ *bzw.* A *eingeschränkt*, oder, etwas formaler formuliert, auf die Wahrscheinlichkeitsräume $(\Omega,\mathcal{A},P_{\bar{A}})$ bzw. $(\Omega,\mathcal{A},P_A)$, die beide in dem größeren Wahrscheinlichkeitsraum $(\Omega,\mathcal{A},P)$ enthalten sind (siehe die Gleichungen 7.2.3 und 7.2.4), der ja den gesamten Versuch repräsentiert.

*Die Frage, unter welchen situativen Bedingungen oder in welchen Situationsklassen eine* kausale *stochastische Abhängigkeit gilt, ist also gleichbedeutend damit, welcher Wahrscheinlichkeitsraum zugrundegelegt wird.* Dabei beachte man, daß innerhalb der hier vorgestellten Theorie die Frage nach der Situationsvalidität nur ein Aspekt der Frage nach der Kausalität einer Abhängigkeit zwischen zwei Variablen ist, der eigentlich gar nicht von der Frage nach der Kausalität zu trennen ist. Eine vollständige Aussage über eine einfache kausale reglineare Abhängigkeit lautet nämlich: ‚Die stochastische Variable Y ist von der stochastischen Variablen X auf dem Wahrscheinlichkeitsraum $(\Omega,\mathcal{A},P)$ einfach kausal reglinear abhängig mit dem einfachen kausalen reglinearen Effekt $\alpha_{YX}$'. Das Entscheidende dabei ist, daß der Geltungsbereich, den der Wahrscheinlichkeitsraum $(\Omega,\mathcal{A},P)$ repräsentiert, selbst bereits unverzichtbarer Bestandteil der Aussage ist. Ohne den Bezug auf einen ganz bestimmten Wahrscheinlichkeitsraum ist eine solche Aussage völlig inhaltsleer, da dann die dabei benutzten Begriffe undefiniert wären. Eine stochastische Variable beispielsweise ist ja nur für einen ganz bestimmten Wahrscheinlichkeitsraum definiert (siehe z.B. Bauer, 1974, S. 137), der in Anwendungen jeweils eine ganz bestimmte Situationsklasse repräsentiert.

Dies soll aber nicht bedeuten, daß man sich nicht fragen kann, ob die für einen Wahrscheinlichkeitsraum (eine Situationsklasse) gültige stochastische Abhängigkeit, oder genauer, der dabei gültige Steigungskoeffizient der einfachen linearen Regression, nicht auch in einem anderen Wahrscheinlichkeitsraum gültig ist. Bei der Frage nach der Situationsvalidität geht es also darum, den oder die Wahrscheinlichkeitsräume zu spezifizieren, die man bei einer Aussage über eine einfache kausale reglineare Abhängigkeit zugrunde legen will, wenn wir von einem einfachen reglinearen Modell ausgehen.

## 7.3 Populationsvalidität

Ein in formaler Hinsicht mit der ‚Situationsvalidität' völlig identisches Problem, ist der zweite Aspekt der externen Validität, nämlich das Problem der ,,Populationsvalidität" (Bredenkamp, 1979, 1980, Hager & Westermann, 1982). Dies soll nun etwas ausführlicher erläutert werden.

Dazu modifizieren wir das im letzten Kapitel behandelte Beispiel wie folgt: Wir betrachten zwei Münzen I und II, die beide auf jeweils einer Seite aus Plastik bzw. Metall bestehen. Mit diesen Münzen wird der folgende Versuch durchgeführt: Zuerst wird aus einer Urne nach Zufall eine der beiden Münzen gezogen, so daß jede die Wahrscheinlichkeit 0.5 hat, gezogen zu werden. Dann wird die gezogene Münze auf eine Platte geworfen, welche die Eigenschaften eines ein- und ausschaltbaren Elektromagneten hat, der ebenfalls mit Wahrscheinlichkeit 0.5 an oder aus ist, und zwar unabhängig davon, welche Münze gezogen und geworfen wird (siehe Tabelle 7.3.1).

Im Gegensatz zum Beispiel des Abschnitts 2 soll es sich jedoch nicht um zwei physikalisch gleiche Münzen handeln, sondern die Münzen sollen auf der Metallseite verschieden schwer sein, mit dem Effekt, daß sie mit unterschiedlichen Wahrscheinlichkeiten auf die Metallseite fallen. Wenn der Elektromagnet aus ist, sei für die erste Münze die bedingte Wahrscheinlichkeit 0.5, auf die Metallseite zu fallen, und für die zweite betrage diese bedingte Wahrscheinlichkeit 0.9. Der Elektromagnet sei ebenso stark wie im Beispiel des Abschnitts 2, so daß die bedingte Wahrscheinlichkeit, für die Münze I auf die Metallseite zu fallen, wenn der Elektromagnet an ist, wieder 0.9 beträgt, und für die zweite Münze 0.9878. Damit haben wir die gleichen Daten wie in Tabelle 6.2.1 vorliegen, die hier jedoch inhaltlich anders strukturiert sind. Die Stelle verschiedener Situationen, die durch die Stellung des zweiten Schalters gekennzeichnet sind, wird nun von unterschiedlichen Münzen eingenommen, und statt zu fragen, in welchen Situationen eine bestimmte kausale stochastische Abhängigkeit gilt, können wir nun fragen, für welche *Population* oder

Tabelle 7.3.1: Die Spalten repräsentieren vier Situationsklassen, die jeweils mit Wahrscheinlichkeit 0.25 auftreten. In der ersten und zweiten wird Münze I gezogen und der Schalter des Elektromagneten ist aus bzw. an. In der dritten und vierten Situationsklasse wird Münze II gezogen und der Schalter ist aus bzw. an. Die angegebenen Zahlen sind die bedingten Wahrscheinlichkeiten, daß die geworfene Münze auf die Metall- bzw. Plastikseite fällt.

| | | Gezogen wird | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | Münze I | | Münze II | |
| | | Schalter | | Schalter | |
| | | aus | an | aus | an |
| Münze fällt auf | Metallseite | 0.5 | 0.9 | 0.9 | 0.9878 |
| | Plastikseite | 0.5 | 0.1 | 0.1 | 0.0122 |

Menge von Münzen eine solche stochastische Abhängigkeit behauptet werden kann.

Es ist offensichtlich, daß wir hier auf eine Analogie zwischen Münzen und Versuchspersonen abzielen. Wie wir im Abschnitt 7.2 gesehen haben, können sich auch Münzen in unterschiedlichen Situationen verschieden ‚verhalten‘ und in diesem Abschnitt ist deutlich geworden, daß Münzen auch unterschiedliche Eigenschaften haben können, was natürlich um so mehr für Personen oder Gruppen gilt. Dies unterstreicht die Wichtigkeit, den *Wahrscheinlichkeitsraum* bei einer Aussage über eine stochastische Abhängigkeit mitanzugeben, denn dieser *repräsentiert* sowohl die Situationsklasse, für welche die Abhängigkeit behauptet wird, *als auch die Population,* wie wir im folgenden zeigen wollen. Die in der Experimentellen Psychologie übliche genaue Beschreibung der Untersuchungssituation und die genaue Charakterisierung der beteiligten Versuchspersonen, kommt dieser Forderung nach einer möglichst exakten Beschreibung des zugrunde gelegten Wahrscheinlichkeitsraums bereits weitgehend entgegen.

Wir zeigen nun, daß auch die Frage, auf welche Population (in unserem Beispiel: von Münzen) sich eine Aussage über eine kausal reglineare Abhängigkeit bezieht, durch die Angabe des zugrunde gelegten Wahrscheinlichkeitsraums beantwortet wird.

Definieren wir die Münzwurfvariable

(7.3.1) $$Y_1 := \begin{cases} 1, & \text{wenn die gewählte Münze auf die Metallseite,} \\ 0, & \text{wenn sie auf die Plastikseite fällt,} \end{cases}$$

die Magnetvariable

(7.3.2) $$X_1 := \begin{cases} 1, & \text{wenn der Elektromagnet an-,} \\ 0, & \text{wenn er ausgeschaltet ist,} \end{cases}$$

die Münzwahlvariable

(7.3.3) $$X_1 := \begin{cases} 1, & \text{wenn Münze I,} \\ 0, & \text{wenn Münze II gewählt wird,} \end{cases}$$

und das Ereignis

(7.3.4) $$B := \{\omega \in \Omega\colon Y_1(\omega) = 1\},$$

daß die geworfene Münze auf die Metallseite fallt, so gelten für diese Variablen, wenn auch mit anderer Interpretation, dieselben Gleichungen wie in den Abschnitten 6.2 bis 6.4.

Wir können uns auch hier die Frage stellen, ob die reglineare Abhängigkeit der Münzwurfvariablen $Y_1$ von der Magnetvariablen $X_1$ einfach kausal ist, wenn wir den Wahrscheinlichkeitsraum $(\Omega,\mathcal{A},P)$ zugrunde legen, der den gesamten Versuch repräsentiert, der also diejenige Situationsklasse beschreibt, in der die beiden Münzen jeweils die Wahrscheinlichkeit 0.5 haben, aus der Urne gezogen zu werden. Auch für dieses Beispiel finden wir, daß die in Definition 4.4.1 formulierte Invarianzbedingung nicht erfüllt ist, denn es gilt auch hier die Gleichung

(7.3.5) $$E(Y_1 \mid X_1,X_2) \underset{fs}{=} P(B \mid X_1,X_2) \underset{fs}{=}$$
$$\underset{fs}{=} 0.5 + 0.4 \cdot X_1 + 0.4 \cdot X_2 + (-0.3122) \cdot X_1 \cdot X_2.$$

Da der Interaktionsparameter -0.3122 und nicht 0 beträgt, ist auch hier zu schließen, daß $Y_1$ von $X_1$ nicht einfach kausal reglinear abhängig ist.

Wir können nun den Geltungsbereich der Aussage jeweils auf eine der beiden Bedingungen

(7.3.6) $\bar{A}$ := Münze I wird gewählt

bzw.

(7.3.7) A := Münze II wird gewählt

einschränken, oder mit anderen Worten, auf jeweils eine der beiden Münzen begrenzen. Formal drücken wir dies dadurch aus, daß wir nicht mehr den Wahrscheinlichkeitsraum $(\Omega,\mathcal{A},P)$, sondern die Wahrscheinlichkeitsräume $(\Omega,\mathcal{A},P_A)$ bzw. $(\Omega,\mathcal{A},P_{\bar{A}})$ zugrunde legen, wobei die Wahrscheinlichkeitsmaße $P_A$ und $P_{\bar{A}}$ analog wie im letzten Abschnitt definiert sind. In dem Wahrscheinlichkeitsraum $(\Omega,\mathcal{A},P_{\bar{A}})$, d.h. unter der Bedingung, daß Münze I gewählt wird, gilt dann für die bedingte Erwartung der Münzwurfvariablen $Y_1$ unter der Magnetvariablen $X_1$ die Gleichung

(7.3.8) $$E_{\bar{A}}(Y_1 \mid X_1) \underset{P_{\bar{A}}\text{-fs}}{=} P_{\bar{A}}(B \mid X_1) \underset{P_{\bar{A}}\text{-fs}}{=} \beta_{10} + \beta_{11}\, X_1 = 0.5 + 0.4 \cdot X_1,$$

wobei man die numerischen Werte der Koeffizienten durch Bildung der bedingten Erwartungswerte $E_{\bar{A}}(Y_1 \mid X_1{=}0) = P_{\bar{A}}(B \mid X_1{=}0)$ und $E_{\bar{A}}(Y_1 \mid X_1{=}1) = P_{\bar{A}}(B \mid X_1{=}1)$ und Lösung der resultierenden beiden Gleichungen nach den zwei unbekannten Koeffizienten erhält (siehe Abschnitt 7.2).

Auf analoge Weise resultiert dann für die Bedingung A die bedingte Erwartung $E_A(Y_1 \mid X_1)$ bezüglich des Wahrscheinlichkeitsmaßes $P_A$

(7.3.9) $$E_A(Y_1 \mid X_1) \underset{P_A\text{-fs}}{=} 0.9 + 0.0878 \cdot X_1.$$

Damit haben wir noch einmal bestätigt, daß $Y_1$ von $X_1$ nicht einfach kausal reglinear abhängig ist, denn die Koeffizienten von $X_1$ aus den Gleichungen 7.3.8 und 7.3.9 sind nicht identisch, wie es der Definition der einfachen kausalen reglinearen Abhängigkeit gemäß der Fall sein müßte. Auch hier läßt sich also der Koeffizient $\alpha_{11} = 0.2439$ aus Gleichung

(7.3.10) $$E(Y_1 \mid X_1) \underset{\text{fs}}{=} \alpha_{10} + \alpha_{11}\, X_1 = 0.7 + 0.2439 \cdot X_1$$

(siehe Abschnitt 6.3) nicht als einfacher kausaler reglinearer Effekt von $X_1$ auf $Y_1$ interpretieren. Er kann lediglich als Durchschnitt der beiden einfachen kausalen reglinearen Effekte 0.4 und 0.0878 aus den Gleichungen 7.3.8 und 7.3.9 bezeichnet werden, denn bei Einschränkung des Geltungsbereichs unserer Aussage über eine einfache kausale reglineare Abhängigkeit der Variablen $Y_1$ von $X_1$ auf jeweils eine der beiden Bedingungen A bzw. Ä, spräche wohl nichts dagegen, die durch die Gleichungen 7.3.8 und 7.3.9 beschriebenen Abhängigkeiten kausal zu interpretieren.

Formal würde man die Einschränkung des Geltungsbereichs wie folgt formulieren: $Y_1$ ist von $X_1$ auf dem Wahrscheinlichkeitsraum $(\Omega, \mathcal{A}, P_{\bar{A}})$ einfach kausal reglinear abhängig mit dem einfachen kausalen reglinearen Effekt **0.4,** und auf dem Wahrscheinlichkeitsraum $(\Omega, \mathcal{A}, P_A)$ mit dem Effekt **0.0878.** In der Sprache der Experimentellen Psychologie ausgedrückt, gilt also die durch Gleichung 7.3.8 beschriebene einfache kausale reglineare Abhängigkeit nur für die Population der Münze I, und die durch Gleichung 7.3.9 beschriebene nur für die Population der Münze II.

Offensichtlich ist auch bei der Frage nach der Populationsvalidität lediglich gefragt, auf welchen Wahrscheinlichkeitsraum sich die Aussage über eine kausale stochastische Abhängigkeit bezieht. Der *Wahrscheinlichkeitsraum repräsentiert demnach sowohl die Situation als auch die Population, auf die sich eine Aussage über eine stochastische Abhängigkeit bezieht.* Durch eine möglichst genaue Beschreibung der Untersuchungssituation und der beteiligten Versuchspersonen, wie dies in der Experimentellen Psychologie üblich ist, wird der zugrunde gelegte Wahrscheinlichkeitsraum gekennzeichnet.

## 7.4 Vergleiche der externen Validität

Wir gehen nun auf das im Abschnitt 6 behandelte Beispiel zurück. Im Abschnitt 6.4 haben wir gezeigt, daß der Koeffizient $\gamma_{11}$ des einfachen logitlinearen Modells

$$(7.4.1) \qquad E(Y_1 \mid X_1) \underset{fs}{=} P(B \mid X_1) \underset{fs}{=} \frac{\exp(\gamma_{10} + \gamma_{11}\, X_1)}{1 + \exp\,(\gamma_{10} + \gamma_{11}\, X_1)} =$$

$$= \frac{\exp(0.8473 + 1.9756 \cdot X_1)}{1 + \exp(0.8473 + 1.9756 \cdot X_1)}$$

nicht mit dem Koeffizienten $\beta_{11}$ = 2.1972 aus Gleichung 6.2.5 identisch ist, mit welcher die Daten der Tabelle 6.2.1 erzeugt wurden. Wir zeigen nun, daß wir den Koeffizienten $\beta_{11}$ = 2.1972 dann erhalten, wenn wir die logitlineare Abhängigkeit jeweils unter einer der beiden Bedingungen

(7.4.2) $\qquad \bar{A}$ := der zweite Schalter ist aus,

und

(7.4.3) $\qquad A$ := der zweite Schalter ist an,

untersuchen, so wie wir dies auch für die reglineare Abhängigkeit gemacht haben. Im Gegensatz zum reglinearen Modell wird sich aber hier zeigen, daß der Koeffizient $\beta_{11}$ = 2.1972 sowohl für die Bedingung A als auch Ä gilt.

Bezeichnen wir mit

$$(7.4.4) \qquad B := \{\omega \in \Omega\colon Y_1(\omega) = 1\}$$

weiterhin das Ereignis, daß die Münze auf die Metallseite fällt, und legen wir den Wahrscheinlichkeitsraum $(\Omega, \mathcal{A}, P_{\bar{A}})$ (siehe Abschnitt 7.2) zugrunde, der die Situationsklasse repräsentiert, in welcher der zweite Schalter aus ist, so gilt

$$(7.4.5) \qquad E_{\bar{A}}(Y_1 \mid X_1) \underset{P_{\bar{A}}\text{-fs}}{=} P(B \mid X_1) \underset{P_{\bar{A}}\text{-fs}}{=} \frac{\exp[\beta_{10}(\bar{A}) + \beta_{11}\, X_1]}{1 + \exp[\beta_{10}(\bar{A}) + \beta_{11}\, X_1]} .$$

Zur Berechnung der beiden unbekannten Parameter bilden wir nun die bedingten Wahrscheinlichkeiten[22]) $P_{\bar{A}}(B \mid X_1{=}0)$ und $P_{\bar{A}}(B \mid X_1{=}1)$, aus denen wir nach einigen algebraischen Umformungen

$$(7.4.6) \qquad \beta_{10}(\bar{A}) = \ln\left[\frac{P_{\bar{A}}(B \mid X_1{=}0)}{1 - P_{\bar{A}}(B \mid X_1{=}0)}\right] = \ln\,[0.5/(1 - 0.5)] = 0.0$$

---

[22]) Siehe zur Schreibweise die Bemerkung zur Definition A.4.1.

und

$$(7.4.7) \qquad \beta_{10}(\bar{A}) + \beta_{11} = \ln\left[\frac{P_{\bar{A}}(B \mid X_1=1)}{1 - P_{\bar{A}}(B \mid X_1=1)}\right] = $$

$$= \ln[0.9/(1-0.9)] = 2.1972$$

erhalten. Daraus ergibt sich der Koeffizient $\beta_{11}$ = 2.1972, der mit $\beta_{11}$ = 2.1972 aus Gleichung 6.2.5 identisch ist.

Legen wir dagegen den Wahrscheinlichkeitsraum $(\Omega, \mathcal{A}, P_A)$ zugrunde, so finden wir auf die analoge Weise für die Gleichung

$$(7.4.8) \qquad E_A(Y_1 \mid X_1) \underset{P_A\text{-fs}}{=} P_A(B \mid X_1) \underset{P_A\text{-fs}}{=} \frac{\exp[\beta_{10}(A) + \beta_{11} X_1]}{1 + \exp[\beta_{10}(A) + \beta_{11} X_1]},$$

die Parameter

$$(7.4.9) \qquad \beta_{10}(A) = \ln\left[\frac{P_A(B \mid X_1=0)}{1 - P_A(B \mid X_1=0)}\right] = \ln[0.9/(1-0.9)] = 2.1972$$

und

$$(7.4.10) \qquad \beta_{10}(A) + \beta_{11} = \ln\left[\frac{P_A(B \mid X_1=1)}{1 - P_A(B \mid X_1=1)}\right] = $$

$$= \ln[0.9878/(1-0.9878)] = 4.3940.$$

Daraus ergibt sich wieder der Koeffizient $\beta_{11}$ = 2.1968, der bis auf Rundungsfehler mit $\beta_{11}$ = 2.1972 aus Gleichung 6.2.5 identisch ist. Dieser Koeffizient gilt also sowohl für den Wahrscheinlichkeitsraum $(\Omega, \mathcal{A}, P_A)$ als auch für $(\Omega, \mathcal{A}, P_{\bar{A}})$, d.h. er gilt sowohl unter der Bedingung A, daß der zweite Schalter an ist, als auch unter der Bedingung $\bar{A}$, daß er aus ist. Hierin unterscheidet sich das logitlineare vom reglinearen Modell, denn die reglinearen Koeffizienten sind unter beiden Bedingungen verschieden, wie wir im Abschnitt 7.2 festgestellt haben. Zu dem entsprechenden Ergebnis würden wir auch gelangen, wenn wir anstelle des Beispiels mit zwei verschiedenen Situationen das im letzten Abschnitt behandelte Beispiel mit zwei verschiedenen Populationen betrachten würden.

Wie wir oben gezeigt haben, ist für das Beispiel des Abschnitt 6 die logitlineare Abhängigkeit der Münzwurfvariablen $Y_1$ von der Magnetvariablen $X_1$ mit dem Koeffizienten $\beta_{11}$ = 2.1968 sowohl in dem Wahrscheinlichkeitsraum $(\Omega, \mathcal{A}, P_A)$ als auch $(\Omega, \mathcal{A}, P_{\bar{A}})$ gültig, d.h. unter der Bedingung, daß der zweite Schalter an bzw. aus ist. Wir können also sagen, daß das logitlineare Modell in diesem speziellen Beispiel einen größeren Geltungsbereich, oder in der Sprache Campbells, eine größere externe Validität hat als das reglineare Modell.

## 7.5 Zusammenfassende Bemerkungen

Es wurde anhand des im letzten Kapitel dargestellten Beispiels erläutert, wie sich die Frage nach dem Geltungsbereich oder der externen Validität in der in diesem Beitrag vorgestellten Theorie einfacher kausaler reglinearer Abhängigkeit behandeln läßt. Es wurde gezeigt, daß *sowohl die Frage nach der Situationsvalidität, als auch die nach der Populationsvalidität, die* Frage nach *dem zugrunde gelegten Wahrscheinlichkeitsraum ist.*

Mit der in der Experimentellen Psychologie üblichen genauen Beschreibung der Untersuchungssituationen und der herangezogenen Versuchspersonen wird der zugrunde gelegte Wahrscheinlichkeitsraum charakterisiert. Verallgemeinerungen der in einem Wahrscheinlichkeitsraum gültigen Beziehungen auf einen anderen Wahrscheinlichkeitsraum können zwar hypothetisch vorgenommen werden, aber im allgemeinen gibt es für solche Verallgemeinerungen keine logischen oder mathematischen Begründungen. Daher muß jeweils eine empirische Überprüfung vorgenommen werden.

Es wurde gezeigt, daß in dem hier behandelten speziellen Beispiel das logitlineare Modell einen größeren Geltungsbereich oder eine größere ‚externe Validität‘ hat, als das reglineare Modell. Damit ist gemeint, daß in der Menge der Wahrscheinlichkeitsräume, in denen das logitlineare Modell gilt, die Menge der Wahrscheinlichkeitsräume, in denen das reglineare Modell gilt, enthalten ist.

# *8. Ausblick*

## 8.1 Mehrvariablenmodelle

Die zentrale Fragestellung in diesem Beitrag war, unter welchen Voraussetzungen und in welchem Sinn sich die Koeffizienten einer einfachen Regressionsgleichung kausal interpretieren lassen. Obwohl diese Frage zunächst sehr speziell erscheinen mag, ist sie jedoch von recht weitreichender Bedeutung für die psychologische Forschung und ihr benachbarte Disziplinen. *Erstens* kann man diese Frage nämlich analog auch für andere Arten stochastischer Abhängigkeiten untersuchen. *Zweitens* läßt sich eine multiple Regressionsgleichung

(8.1.1) $$E(Y \mid Z_m,\, m \in M) \underset{fs}{=} \alpha_{Y0} + \sum_{m \in M} \alpha_{Ym} Z_m$$

in mehrere einfache Regressionsgleichungen

(8.1.2) $$E_B(Y \mid Z_m) \underset{P_B\text{-}fs}{=} \alpha_{Y0}(B) + \alpha_{Ym} Z_m, \quad m \in M,$$

auflösen, wenn B das Ereignis bezeichnet, daß die anderen Variablen aus der

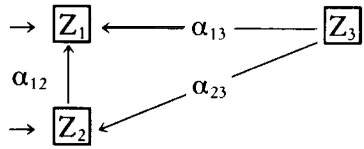


Abb. 8.1.1: Pfeildiagramm eines einseitig kausalen reglinearen Modells mit drei Variablen.

Familie ($Z_m$, m ∈ M) konstant sind. Auf diesem Sachverhalt baut die Theorie der direkten und auch der totalen kausalen reglinearen Abhängigkeit auf, die ausführlich von Steyer (1982) behandelt wird.

*Drittens* enthalten eine ganze Reihe von Modellklassen als Kern solche Regressionsgleichungen. Neben der eigentlichen Regressionsanalyse ist da an erster Stelle die *Varianzanalyse* zu nennen, bei der die Variablen $Z_m$, m ∈ M, die Zugehörigkeit zu bestimmten (z.B. experimentellen) Gruppen anzeigen. Aber auch die *Faktorenanalyse* basiert, außer auf der Annahme der bedingten stochastischen Unabhängigkeit, auf Regressionsgleichungen für jede der beobachtbaren oder manifesten Variablen $Y_r$, r ∈ R, unter den Faktoren oder latenten Variablen $Z_m$, m ∈ M. Schließlich kann auch ein rekursives *Strukturgleichungsmodell* als ein System von solchen Regressionsgleichungen aufgefaßt werden, wobei ein Teil der Gleichungen die Beziehungen zwischen den manifesten und den latenten Variablen spezifiziert und ein anderer Teil der Gleichungen die Beziehungen der latenten Variablen untereinander.

Diese Verfahren, und damit die darin enthaltenen Regressionsgleichungen, können zum einen zur *Beschreibung* statistischer Zusammenhänge verwendet werden, sie können zum anderen aber auch Bestandteile von Theorien zur kausalen ***Erklärung*** statistischer Zusammenhänge sein. So besteht beispiels-

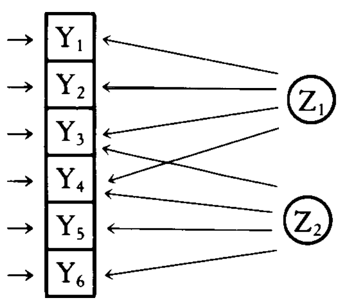


Abb. 8.1.2: Pfeilschema eines kausalen Modells mit zwei latenten Variablen (Faktoren) $Z_1$ und $Z_2$, welche die stochastischen Abhängigkeiten zwischen den manifesten Variablen $Y_1$ bis $Y_6$ erklären.

weise das pfadanalytische Modell der Abbildung 8.1.1 aus den beiden Regressionsgleichungen

(8.1.3) $$E(Z_1 \mid Z_2, Z_3) \underset{\text{fs}}{=} \alpha_{10} + \alpha_{12} Z_2 + \alpha_{13} Z_3$$

und

**(8.1.4)** $$E(Z_2 \mid Z_3) \underset{\text{fs}}{=} \alpha_{20} + \alpha_{23} Z_3,$$

das faktorenanalytische Modell der Abbildung 8.1.2 aus den sechs Gleichungen

(8.1.5) $$E(Y_r \mid Z_1, Z_2) \underset{\text{fs}}{=} \beta_{r0} + \beta_{r1} Z_1 + \beta_{r2} Z_2, \qquad r \in \{1, \ldots, 6\},$$

und das Strukturgleichungsmodell der Abbildung 8.1.3 außer aus den Gleichungen 8.1.3 bis 8.1.4 auch aus den Gleichungen

**(8.1.6)** $$E(X_s \mid Z_1, Z_2, Z_3) \underset{\text{fs}}{=} \gamma_{s0} + \gamma_{s3} Z_3, \qquad s \in \{1,2,3\},$$

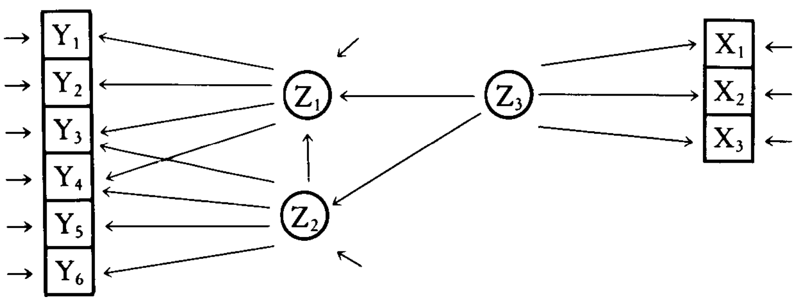


Abb. 8.1.3: Pfeilschema eines kausalen Modells mit drei latenten Variablen $Z_1$, $Z_2$ und $Z_3$, die zum einen die manifesten Variablen $Y_1$ bis $Y_6$ bzw. $X_1$ bis $X_3$ beeinflussen, zum anderen aber auch untereinander kausal abhängig sind.

und

(8.1.7) $$E(Y_r \mid Z_1, Z_2, Z_3) \underset{\text{fs}}{=} \beta_{r0} + \beta_{r1} Z_1 + \beta_{r2} Z_2, \qquad r \in \{1, \ldots, 6\}.$$

Liegen, wie bei den oben genannten Modellen, mehrere unabhängige Variablen vor, so kann man die Frage nach einer *direkten* kausalen reglinearen Abhängigkeit stellen, eine Frage, die für die psychologische Theorienbildung genauso bedeutsam ist, wie die nach einfacher kausaler reglinearer Abhängigkeit. Wird beispielsweise behauptet, daß

(8.1.8) $Y :=$ absolute IQ-Differenz von Zwillingen

einfach kausal reglinear abhängig ist von

(8.1.9) $$x := \begin{cases} 1, & \text{wenn die Zwillinge eineiig,} \\ -1, & \text{wenn sie zweieiig sind,} \end{cases}$$

so ist es nicht nur wichtig zu untersuchen, ob diese Aussage an sich richtig ist, ob es also potentielle Störvariablen W gibt, die den Regressionskoeffizienten $\alpha_{YX}$ der Gleichung

(8.1.10) $$E(Y \mid X) \underset{fs}{=} \alpha_{Y0} + \alpha_{YX} X$$

modifizieren, wenn eine solche Variable W konstant gehalten wird; vielmehr ist es auch von Bedeutung zu untersuchen, durch welche Variablen eine solche einfache kausale reglineare Abhängigkeit vermittelt wird. So wäre es prinzipiell durchaus denkbar, daß diese Abhängigkeit nur über die zwischen X und Y anzuordnende Variable

(8.1.11) Z := Ähnlichkeit des elterlichen Erziehungsverhaltens

zustande kommt, d.h. daß die bezüglich {X,Y,Z} ***direkte*** kausale reglineare Abhängigkeit der Variablen Y von X Null wäre. Dies wäre durchaus kein Widerspruch zur Aussage, daß ***Y*** von X *einfach* kausal reglinear abhängig ist (vgl. zur Diskussion dieses Beispiels Eysenck, 1979, S. 105).

Die Grundidee direkter kausaler reglinearer Abhängigkeit einer stochastischen Variablen Y von einer stochastischen Variablen X - direkt bezüglich einer gegebenen Familie von Variablen - ist, daß eine einfache kausale reglineare Abhängigkeit Y von X besteht, und zwar *bei Konstanz aller anderen Variablen in dieser Familie, die Y vorgeordnet sind,* und daß der Steigungskoeffizient $\alpha_{YX}$ über alle Ausprägungen der konstantgehaltenen Variablen hinweg der gleiche bleibt.

Diese Definition ermöglicht, daß die Koeffizienten einer multiplen Regressionsgleichung als direkte kausale reglineare Effekte interpretiert werden können, wenn die in der Definition genannten Bedingungen erfüllt sind. Damit wird es nicht nur möglich, die Direktheit einer Abhängigkeit zu überprüfen, sondern auch potentielle Störvariablen statistisch zu kontrollieren oder ,,statistisch konstant zu halten“.

Falsifiert wäre eine Aussage, daß Y von jeder Variablen $Z_m$, $m \in M$, mit dem Effekt $\alpha_{Ym}$ direkt kausal reglinear abhängig ist (siehe Gleichung 8.1.1), wenn für eine potentielle Störvariable W, gezeigt werden kann, daß die Gleichung

(8.1.12) $$E(Y \mid W, Z_m, m \in M) \underset{fs}{=} \sum_{m \in M} \alpha_{Ym} Z_m + f(W)$$

nicht gilt, wobei f(W) eine (meßbare) Funktion von W ist. Beispielswäre wäre $\alpha_{Y0} + \alpha_{YW} \cdot W$ eine solche Funktion von W, $\alpha_{Y0} + \alpha \cdot Z_m \cdot W$ hingegen nicht, wenn $\alpha \neq 0$. Dabei ist zu beachten, daß die Koeffizienten $\alpha_{Ym}$ in den Gleichungen 8.1.1 und 8.1.12 identisch sind. Andernfalls wäre die oben genannte Aussage falsifiziert. Für eine ausführlichere und vollständigere Behandlung der Theorie direkter kausaler reglinearer Abhängigkeit sei auf Steyer (1982) verwiesen.

## 8.2 Beschreibende und erklärende reglineare Modelle

Bei der Beantwortung der Frage nach dem formalen Unterschied zwischen einem beschreibenden und einem erklärenden reglinearen Modell, und damit nach der Bedeutung einer kausalen Interpretation von Regressionsparametern sind wir von einem Wahrscheinlichkeitsraum $(\Omega,\mathcal{A},P)$ ausgegangen, der in Anwendungsfällen eine bestimmte Untersuchungssituationsklasse oder ein bestimmtes Experiment beschreibt, und zwar dadurch, daß jedem einfachen und verbundenen Ereignis $A \in \mathcal{A}$ eine bestimmte feste Wahrscheinlichkeit P(A) zugeordnet ist. Auf einem solchen Wahrscheinlichkeitsraum sind die betrachteten stochastischen Variablen definiert, deren Abhängigkeiten voneinander möglicherweise durch Regressionsgleichungen beschreibbar sind. Bis zu diesem Punkt besteht zwischen einem beschreibenden und einem erklärenden Modell kein Unterschied.

Damit die durch eine einfache Regressionsgleichung

(8.2.1) $$E(Y \mid X) \underset{\text{fs}}{=} \alpha_{Y0} + \alpha_{YX}\, X$$

beschriebene stochastische Abhängigkeit zwischen der Variablen X und einer Variablen Y unkonfundiert ist und daher bei entsprechender zeitlicher Geordnetheit der Variablen kausal interpretiert werden kann, müssen zwei Bedingungen erfüllt sein, die rein formal definierbar sind. Verbal können diese Bedingungen folgendermaßen beschrieben werden: *Vorgeordnetheit:* Die Variable X muß der Variablen Y vorgeordnet sein. *Invarianz:* Der Regressionskoeffizient $\alpha_{YX}$ wird nicht durch potentielle Störvariablen modifiziert. Diese Vorstellung wurde als eine bestimmte Eigenschaft der gemeinsamen Verteilung der stochastischen Variablen auf dem Wahrscheinlichkeitsraum $(\Omega,\mathcal{A},P)$ präzisiert. Wie die genannten zwei Bedingungen formaler und damit genauer definiert sind, wie die zweite in Anwendungsfällen empirisch überprüft werden kann und wie empirische Untersuchungen so anzulegen sind, daß diese Bedingungen nach Möglichkeit erfüllt ist, wurde in diesem Beitrag für den Fall einer einzigen unabhängigen Variablen ausführlich beschrieben und am Ende der einzelnen Abschnitte jeweils zusammengefaßt. Eine explizite Darstellung für mehrere unabhängige Variablen findet man in Steyer (1982). Als wichtigste Ergebnisse können die folgenden Punkte hervorgehoben werden:

1. Es wurde gezeigt, daß sich die *experimentellen Kontrolltechniken der Randomisierung, Parallelisierung und Konstanthaltung* auf eine rein formale Theo-

rie basieren lassen. Bisher beruhten die Kontrolltechniken auf Plausibilitätsüberlegungen wie etwa der folgenden, die auf Mills Unterschiedsmethode zurückgeht (Mill, 1885, S. 91 ff.): Wenn man davon ausgeht, daß ein Sachverhalt W von vielen anderen möglicherweise unbekannten Sachverhalten A,B,C,D,. . . verursacht wird, und man untersuchen will, ob ein bestimmter Sachverhalt C zu diesen Ursachen zählt, so muß man Beobachtungen unter zwei Bedingungskombinationen anstellen, die sich lediglich durch C unterscheiden, also A,B,C,D,. . . und A,B,C,D, . . . . Tritt dann nur in der ersten Bedingungskombination die Wirkung W auf, dann kann man davon ausgehen, daß C Ursache für W ist. Der Herstellung der sonst gleichen Bedingungen A,B, ,D,. . . dienen die oben genannten Kontrolltechniken.

In gewisser Hinsicht kann man die hier vorgestellte Theorie als eine Verfeinerung der Millschen Theorie[23]) ansehen, in dem Sinne, daß auch nichtdeterministische kausale Abhängigkeiten zugelassen werden. Mit dem hier behandelten stochastischen Begriff kausaler Abhängigkeit kann C auch dann als Ursache von W angesehen werden, wenn C nicht immer zusammen mit W auftritt, auch nicht in einer streng kontrollierten Situation, sondern nur mit erhöhter Wahrscheinlichkeit.

2. Es wurde gezeigt, daß *Kausalität nicht zwangsläufig Determinismus* bedeutet. Beim Beispiel ‚Münzen und Elektromagnet‘ beeinflußt der Zustand des Elektromagneten die Ergebnisse des Münzwerfens nur stochastisch in dem Sinn, daß bei angeschaltetem Elektromagneten die Wahrscheinlichkeit, daß die Münzen auf die Metallseite fallen, erhöht ist. Um die Abhängigkeit der Münzwurfergebnisse vom Zustand des Elektromagneten als kausal zu bezeichnen, muß diese also keineswegs deterministisch sein. Selbst wenn die Erhöhung der Wahrscheinlichkeit nur minimal ist, z.B. von 0.5 auf 0.51, wäre dies ein hinreichender Grund, von einer kausalen Abhängigkeit zu sprechen, deren praktische Bedeutsamkeit allerdings geringer ist, als wenn die Wahrscheinlichkeit von 0.5 auf 0.9 erhöht wird, wie in dem in Abschnitt 2 dargestellten Beispiel. Die Stärke der Abhängigkeit und die Frage, ob die Abhängigkeit kausal ist, sind also zwei völlig verschiedene Fragen.

3. Die in der Experimentellen Psychologie und Pädagogik entwickelte Vorstellung ‚interner Validität‘ wurde zum rein formalen Begriff einfacher kausaler reglinearer Abhängigkeit präzisiert. Die formale Definition ermöglicht die Ableitung von Konsequenzen, die in Anwendungsfallen *empirisch überprüfbar und gegebenenfalls falsifizierbar* sind. Diese grundlegende Forderung an eine empirische wissenschaftliche Theorie ist wohl bei der bisherigen pfadana-

---

[23]) Eine zusammenfassende Darstellung der Millschen Theorie findet man bei Diekopf (1981, S. 24ff.), der auch über die Beiträge von Hume, Kant, Popper u.a. zum Thema kausale Abhängigkeit referiert.

lytischen Vorgehensweise nicht hinreichend erfüllt. Zwar werden Modelltests zur Überprüfung der Frage durchgeführt, ob das statistische Modell mit der jeweils vorliegenden Kovarianzmatrix verträglich ist. Die wesentliche Frage nach der Kausalität der mit dem Modell beschriebenen Beziehungen wird aber nicht überprüft. Die Verträglichkeit eines Strukturgleichungsmodells mit der Kovarianzmatrix ist jedoch kein Hinweis dafür, daß die Strukturparameter kausal interpretiert werden können, sondern nur dafür, daß sich die betreffenden Daten mit diesem Modell *beschreiben* lassen. Kausalität wird bei einem Strukturgleichungsmodell bisher vorausgesetzt, etwa durch die Annahme der ,,Geschlossenheit", aber nicht überprüft. Auch wurde in der bisherigen Literatur nie angegeben, wie die ,,Geschlossenheit" prinzipiell falsifiziert werden kann.

4. Aus der hier vorgestellten Theorie lassen sich einige *Möglichkeiten zur Falsifizierung* einer Aussage ableiten, daß der Koeffizient aus der Gleichung 8.2.1 kausal interpretiert werden kann. So ist z.B. jede der beiden folgenden Aussagen in einem Anwendungsfall hinreichend für eine solche Falsifizierung:
a) Es besteht eine Interaktion im varianzanalytischen Sinn zwischen X und einer potentiellen Störvariablen W. Dabei ist es gleichgültig, ob diese erhoben wurde oder nicht. Wesentlich ist, daß sie in der betreffenden Situationsklasse prinzipiell erhoben werden könnte.
b) Der Koeffizient $\beta_{YX}$ von X in der Gleichung

$$E(Y \mid X,W) \underset{fs}{=} \beta_{Y0} + \beta_{YX}\, X + \beta_{YW}\, W \tag{8.2.2}$$

ist nicht identisch mit aus Gleichung 8.2.1, wobei W eine beliebige potentielle Störvariable ist, die in der gleichen Situationsklasse wie die anderen Variablen erhoben wird oder werden könnte. Bei der Erweiterung von $E(Y \mid X)$ auf $E(Y \mid X,W)$ muß also der Koeffizient unverändert bleiben, wenn er kausal interpretierbar sein soll.

Die Konsequenz einer Falsifikation aufgrund von Punkt a ist eine Einschränkung des Geltungsbereichs. Für jede Ausprägung der mit X interagierenden Variablen W gilt u.U. eine andere einfache kausale reglineare Abhängigkeit. Bei einer Falsifikation aufgrund von Punkt b gilt u.U. eine einfache kausale reglineare Abhängigkeit, wenn W = w konstant ist.

5. Prinzipiell ist es sowohl in experimentellen als auch in nichtexperimentellen Untersuchungen möglich, kausale Abhängigkeiten festzustellen, aber in keiner Art von Untersuchung kann man *beweisen*, daß eine kausale Abhängigkeit vorliegt. Die Möglichkeit zur *Falsifizierung* einer Aussage über eine kausale Abhängigkeit besteht jedoch in beiden Forschungssituationen. Diese unterscheiden sich nur darin, in welchem Ausmaß es möglich ist, durch versuchsplanerische Maßnahmen potentielle Störvariablen zu kontrollieren. Je geringer

die Möglichkeiten der aktiven Kontrolle potentieller Störvariablen sind, desto wichtiger wird es, potentielle Störvariablen mitzuerheben und diese entweder mit in das Modell einzubeziehen, oder die unter Punkt 4 genannten ‚Kausalitätstests‘ durchzuführen.

### *Weiterführende Literatur*

Die Verallgemeinerung der hier dargestellten Theorie einfacher kausaler reglinearer Abhängigkeit auf Mehrvariablenmodelle findet man bei Steyer (1982). Eine weitere Verallgemeinerung auf nichtrekursive Modelle, in denen auch wechselseitige Abhängigkeiten vorkommen können, ist in Vorbereitung. Eine Übersicht über Stichprobenprobleme wie Parameterschätzung und Hypothesen- bzw. Modellbewertungsverfahren insbesondere für komplexe Modelle gibt Bentler (1980), der auch verschiedene Rechenprogramme für diese Zwecke angibt. Für die einfacheren Varianz- und regressionsanalytischen Modelle siehe auch die entsprechenden Beiträge in diesem Band. Ein überblick über verschiedene Schätzverfahren gibt Klein (1978). Zur Einführung in pfadanalytische Modelle sei auch auf Asher (1976) und Kenny (1979) hingewiesen. Als weiterführende Arbeiten und Anwendungen seien Aigner und Goldberger (1977), Anderson und Evans (1974), Blalock (1962, 1964, 1969, 1971a,b), Blalock und Blalock (1968), Boudon (1963, 1965a,b, 1968, 1976a,b), Hummell und Ziegler (1976a) sowie Marsden (1982) genannt.

## *Anhang*

## A.1 Einleitende Bemerkungen

In diesem Anhang sind einige im Text häufig verwendete Definitionen und Theoreme der Wahrscheinlichkeitstheorie zusammengestellt. Damit soll lediglich die Angabe der mathematischen Grundlagen bei Ableitungen und Beweisen vereinfacht werden. Mit diesem Anhang ist weder ein Anspruch auf Vollständigkeit verbunden, noch ist intendiert, den Leser in die Wahrscheinlichkeitstheorie einzuführen. Dazu sei auf Bauer (1974), Breiman (1968), Gänssler und Stute (1977), Hinderer (1980) sowie Loève (1977, 1978) verwiesen. Zum Nachschlagen eignet sich Müller (1975).

## A.2 Erwartungswert

*Definition A.2.1.* Es sei X: $\Omega \rightarrow \mathbb{R}$ eine stochastische Variable[24]) auf dem Wahrscheinlichkeitsraum $(\Omega, \mathcal{A}, P)$. Außerdem sei X bezüglich $P$ integrierbar oder nichtnegativ. Genau dann, wenn

---

[24]) IR ist dabei die Menge der reellen Zahlen. Wir betrachten in diesem Beitrag nur reellwertige stochastische Variablen. Viele Autoren gebrauchen anstelle der Bezeichnung ‚stochastische Variable‘ die Bezeichnung ‚Zufallsvariable‘.

(A.2.1) $$E(X) := \int X \, dP,$$

heißt E(X) der Erwartungswert von X (bezüglich des Wahrscheinlichkeitsmaßes P).

*Theorem A.2.1.* Ist X eine diskrete stochastische Variable auf dem Wahrscheinlichkeitsraum $(\Omega,\mathcal{A},P)$ mit dem Erwartungswert E(X) und den Werten $x_i$, $i \in I$, wobei I eine abzählbare Indexmenge ist, und bezeichnet

(A.2.2) $$A_i := \{\omega \in \Omega: X(\omega) = x_i\}$$

das Ereignis, daß X den Wert $x_i$ angenommen hat, dann gilt

(A.2.3) $$E(X) = \sum_{i \in I} x_i \, P(A_i)$$

(vgl. z.B. Bauer, 1974, S. 138f.).

*Theorem A.2.2.* Sind X und Y stochastische Variablen auf dem Wahrscheinlichkeitsraum $(\Omega,\mathcal{A},P)$ mit den Erwartungswerten E(X) bzw. E(Y) und sind $\alpha$ und ß reelle Zahlen, so gelten

(A.2.4) $$E(\alpha) = \alpha \quad \text{und} \quad E(\alpha\, X + \beta\, Y) = \alpha\, E(X) + \beta\, E(Y)$$

(vgl. z.B. Bauer, 1974, S. 65).

## A.3 Varianz und Kovarianz

*Definition A.3.1.* Es seien X und Y stochastische Variablen auf dem Wahrscheinlichkeitsraum $(\Omega,\mathcal{A},P)$ mit den Erwartungswerten E(X) bzw. E(Y). Genau dann, wenn

(A.3.1) $$C(X,Y) := E\big([X - E(X)] \cdot [Y - E(Y)]\big),$$

heißt C(X,Y) *Kovarianz* von X und Y. Genau dann, wenn

(A.3.2) $$V(X) := C(X,X) = E\big([X - E(X)]^2\big),$$

heißt *V(X) Varianz* von X (vgl. z.B. Gänssler & Stute, 1977, S. 8lf.).

*Theorem A.3.1.* Sind X und Y stochastische Variablen auf dem Wahrscheinlichkeitsraum $(\Omega,\mathcal{A},P)$ mit den Erwartungswerten E(X) bzw. E(Y), so gilt[25])

(A.3.3) $$C(X,Y) = E(X \cdot Y) - E(X) \cdot E(Y)$$

und, falls $\alpha$ und ß reelle Zahlen sind, auch

(A.3.4) $$C(\alpha X,\beta Y) = \alpha\, C(X,Y)\, \beta.$$

*Theorem A.3.2.* Sind W, X, Y und **Z** stochastische Variablen auf dem Wahrscheinlichkeitsraum $(\Omega,\mathcal{A},P)$, mit den Erwartungswerten E(W), E(X), E(Y) bzw. E(Z) und sind $\alpha, \beta, \gamma$ und $\delta$ reelle Zahlen, so gilt[25])

(A.3.5)
$$C[(\alpha W + \beta X),(\gamma Y + \delta Z)] =$$
$$= \alpha\, C(W,Y)\, \gamma + \alpha\, C(W,Z)\, \delta + \beta\, C(X,Y)\, \gamma + \beta\, C(X,Z)\, \delta.$$

## A.4 Bedingter Erwartungswert

*Definition A.4.1.* Es sei Y eine stochastische Variable auf dem Wahrscheinlichkeitsraum $(\Omega,\mathcal{A},P)$, $B \in$ & ein Ereignis mit $P(B) > 0$, und $1_B$ sei die Indikatorvariable[26]) von B. Genau dann, wenn

(A.4.1)
$$E(Y \mid B) := \frac{1}{P(B)}\, E(1_B \cdot Y),$$

heißt $E(Y \mid B)$ *bedingter Erwartungswert von Y gegeben das Ereignis* B. Genau dann, wenn Y dabei nur die Werte 0 und 1 annehmen kann, und

(A.4.2)
$$A := \{\omega \in \Omega\colon Y(\omega) = 1\}$$

das Ereignis ist, daß Y den Wert 1 angenommen hat, heißt

(A.4.3)
$$P(A \mid B) := E(Y \mid B) = P(A \cap B)/P(B)$$

die *bedingte Wahrscheinlichkeit von* A *gegeben das Ereignis* B (vgl. z.B. Bauer, 1974, s. 290ff.).

*Bemerkung.* Mit $E(Y \mid B)$ und $P(A \mid B)$ äquivalente Schreibweisen sind *E,(Y)* bzw. P,(A). Mit dieser Notation wird hervorgehoben, daß $E_B(Y)$ der Erwartungswert von Y bezüglich des bedingten Wahrscheinlichkeitsmaßes $P_B$ bzw. daß Ps(A) der Wert des bedingten Wahrscheinlichkeitsmaßes $P_B$ für das Ereignis A ist. Das Maß $P_B$ ist durch Gleichung A.4.3 definiert, die dabei auf jedes $A \in$ & anzuwenden ist.

*Theorem A.4.1.* Es seien X und Y stochastische Variablen auf dem Wahrscheinlichkeitsraum $(\Omega,\mathcal{A},P)$ mit den Erwartungswerten $E(X)$ bzw. $E(Y)$ sowie $\alpha$ und ß reelle Zahlen. Wenn $E(Y \mid B)$ der bedingte Erwartungswert von Y gegeben das Ereignis $B \in \mathcal{A}$ ist, dann gelten die folgenden Gleichungen[27]):

---

[25]) Die in Theorem A.3.1 und A.3.2 behaupteten Eigenschaften folgen aus der Definition A.3.1 und Theorem A.2.2.

[26]) Die stochastische Variable $1_B$ auf dem Wahrscheinlichkeitsraum $(\Omega,\mathcal{A},P)$ heißt Indikatorvariable für das Ereignis $B \in$ & genau dann, wenn $1_B(\omega) = 1$, falls $\omega \in B$ und $1_B(\omega) = 0$ andernfalls.

[27]) Die in Theorem A.4.1 behaupteten Eigenschaften folgen direkt aus der Definition A.4.1 und Theorem A.3.1.

(A.4.4) $E(Y \mid \Omega) = E(Y),$

(A.4.5) $E(\alpha \mid B) = \alpha,$

(A.4.6) $E(\alpha X + \beta Y \mid B) = \alpha E(X \mid B) + \beta E(Y \mid B).$

## A.5 Bedingte Erwartung

*Definition A.5.2.* Es sei Y eine stochastische Variable auf dem Wahrscheinlichkeitsraum $(\Omega,\mathcal{A},P)$ mit Erwartungswert *E(Y),* $\mathcal{B}$ sei eine Teilsigmaalgebra von $\mathcal{A}$, d.h. $\mathcal{B} \subset \mathcal{A}$, und $1_B$ sei die Indikatorvariable für $B \in \mathcal{B}$. Genau dann, wenn

(A.5.1) $E[1_B \cdot E(Y \mid \mathcal{B})] = E(1_B \cdot Y),$ für alle $B \in \mathcal{B}$,

und $E(Y \mid \mathcal{B})$ meßbar bezüglich $\mathcal{B}$ ist, heißt $E(Y \mid \mathcal{B})$ *bedingte* Erwartung von Y unter ***der*** *Sigmaalgebra* $\mathcal{B}$ (vgl. z.B. Gänssler & Stute, 1977, S. 187).

Genau dann, wenn $Y = 1_A$, heißt $E(Y \mid \mathcal{B})$ *bedingte Wahrscheinlichkeit von* A *unter der* Sigmaalgebra $\mathcal{B}$ und wird dann auch mit $P(A \mid \mathcal{B})$ notiert (vgl. z.B. Bauer, 1974, S. 296)[28]).

*Bemerkungen.* Durch diese Definition ist die bedingte Erwartung $E(Y \mid \mathcal{B})$ nur fast sicher eindeutig bestimmt. Man spricht daher auch von verschiedenen Versionen der bedingten Erwartung, die jedoch fast sicher gleich sind, was wir mit dem Zeichen ‚$\underset{fs}{=}$' abkürzen. Aussagen über bedingte Erwartungen gelten daher im allgemeinen nur fast sicher. Ist die bedingte Erwartung bezüglich eines anderen Wahrscheinlichkeitsmaßes als P gemeint, z.B. bezüglich $P_A$, dann schreiben wir entsprechend $E_A(Y \mid \mathcal{B})$. Aussagen über eine solche bedingte Erwartung gelten entsprechend nur $P_A$-fast sicher, und verschiedene Versionen sind $P_A$-fast sicher gleich, was wir durch ‚$\underset{P_A\text{-}fs}{=}$' abkürzen. Ist die Sigmaalgebra $\mathcal{B}$ von einer stochastischen Variablen X auf $(\Omega,\mathcal{A},P)$ erzeugt, so schreiben wir anstatt $E(Y \mid \mathcal{B})$ auch $E(Y \mid X)$. Ist $\mathcal{B}$ von einer Familie $(X_i, i \in I)$ von stochastischen Variablen erzeugt, so notieren wir die bedingte Erwartung $E(Y \mid \mathcal{B})$ auch mit $E(Y \mid X_i, i \in I)$. Ist die Indexmenge I abzählbar, d.h. ist $I = \{1,...,Q\}$, $Q \in \mathbb{N}$, so schreiben wir auch $E(Y \mid X_1,...,X_Q)$ (vgl. auch Bauer, 1974, S. 292).

*Theorem A.5.1.* Wenn $E(Y \mid \mathcal{B})$ die bedingte Erwartung der stochastischen Variablen Y auf dem Wahrscheinlichkeitsraum $(\Omega,\mathcal{A},P)$ unter der Sigmaalgebra $\mathcal{B}$ ist, dann gelten die folgenden Aussagen:

(A.5.2) $E[E(Y \mid \mathcal{B}) \mid B] = E(Y \mid B),$ für alle $B \in \mathcal{B}$, mit $P(B) > 0$,

(A.5.3) $E[E(Y \mid \mathcal{B})] = E(Y),$

[28]) Man beachte den Unterschied zwischen der bedingten Wahrscheinlichkeit $P(A \mid B)$ von A *gegeben das Ereignis* B und der bedingten Wahrscheinlichkeit $P(A \mid \mathcal{B})$ von A *unter der Sigmaalgebra* $\mathcal{B}$.

(A.5.4) $$E[Y - E(Y \mid \mathcal{B})] = 0,$$

(A.5.5) $$E(Y \mid \mathcal{B}) \underset{fs}{=} Y, \quad \text{falls } Y \text{ meßbar bezüglich } \mathcal{B} \text{ ist},$$

(A.5.6) $$E(Y \mid \mathcal{B}) \underset{fs}{=} E(X \mid \mathcal{B}), \quad \text{falls } X \underset{fs}{=} Y$$

(vgl. z.B. Bauer, 1974, S. 293)

*Theorem A.5.2.* Wenn $E(Y \mid \mathcal{B})$ die bedingte Erwartung der stochastischen Variablen Y auf dem Wahrscheinlichkeitsraum $(\Omega, \mathcal{A}, P)$ unter der Sigmaalgebra $\mathcal{B}$ ist, und $\mathcal{C}$ ist ein Teilsigmaalgebra von $\mathcal{B}$, d.h. $\mathcal{C} \subset \mathcal{B}$, dann gelten folgende Aussagen:

(A.5.7) $$E[E(Y \mid \mathcal{B}) \mid \mathcal{C}] \underset{fs}{=} E[E(Y \mid \mathcal{C}) \mid \mathcal{B}] \underset{fs}{=} E(Y \mid \mathcal{C}),$$

und

(A.5.8) $$E[Y - E(Y \mid \mathcal{B}) \mid \mathcal{C}] \underset{fs}{=} 0$$

(vgl. z.B. Bauer, 1974, S. 293).

*Theorem A.5.3.* Wenn X und Y stochastische Variablen auf dem Wahrscheinlichkeitsraum $(\Omega, \mathcal{A}, P)$ sind mit den Erwartungswerten *E(X)* bzw. *E(Y)* sowie $\alpha$ und ß reelle Zahlen, dann gelten die folgenden Aussagen:

(A.5.9) $$E(\alpha \mid \mathcal{B}) \underset{fs}{=} \alpha,$$

(A.5.10) $$E(\alpha X + \beta Y \mid \mathcal{B}) \underset{fs}{=} \alpha\, E(X \mid \mathcal{B}) + \beta\, E(Y \mid \mathcal{B}),$$

(A.5.11) $$E(X \cdot Y \mid \mathcal{B}) \underset{fs}{=} X \cdot E(Y \mid \mathcal{B}), \qquad \text{falls } X \text{ bezüglich } \mathcal{B} \text{ meßbar ist}$$

(vgl. z.B. Bauer, 1974, S. 293).

*Bemerkung.* X ist z.B. dann bezüglich $\mathcal{B}$ meßbar, wenn $\mathcal{B}$ die von $(X_q, q \in Q)$ erzeugte Sigmaalgebra ist, und $X = X_q$, für ein $q \in Q$.

*Theorem A.5.4.* Wenn X eine bezüglich $\mathcal{B}$ meßbare stochastische Variable auf dem Wahrscheinlichkeitsraum $(\Omega, \mathcal{A}, P)$ ist, und es gilt für die bedingte Erwartung $E(Y \mid \mathcal{B})$ von Y unter $\mathcal{B}$

(A.5.12) $$E(Y \mid \mathcal{B}) \underset{fs}{=} E(Y),$$

dann folgt

(A.5.13) $$C(X,Y) = 0.$$

*Beweis.* Nach Theorem A.3.1 gilt

(A.5.14) $$C(X,Y) = E(X \cdot Y) - E(X)\ E(Y).$$

Wenn wir Gleichung A.5.3 auf $X \cdot Y$ anwenden, erhalten wir daraus

(A.5.15) $$C(X,Y) = E[E(X \cdot Y \mid \mathcal{B})] - E(X) \cdot E(Y).$$

Nach Gleichung A.5.11 folgt dann

(A.5.16) $$C(X,Y) = E[X \cdot E(Y \mid \mathcal{B})] - E(X) \cdot E(Y),$$

und nach Gleichung A.5.12 und A.2.4

(A.5.17) $$C(X,Y) = E(X) \cdot E(Y) - E(X) \cdot E(Y).$$

*Theorem A.5.5.* Es seien X und Y stochastische Variablen auf dem Wahrscheinlichkeitsraum $(\Omega,\mathcal{A},P)$ und $E(Y)$ sei der Erwartungswert von Y. Wenn X und Y stochastisch unabhängig sind, dann gilt

(A.5.18) $$E(Y \mid X) \underset{\text{fs}}{=} E(Y)$$

(vgl. Breiman, 1968, S. 74).

## *Literatur*

Ahrens, H. 1968. Varianzanalyse. Berlin: Akademie-Verlag.

Aigner, D. J. & Goldberger, A. S. (Hrsg.). 1977. Latent variables in socio-economic models. Amsterdam: North-Holland.

Anderson, J. G. & Evans, F. B. 1974. Causal models in educational research: Recursive models. American Educational Research Journal, 11, 29-39.

Anderson, T. W. 1954. On estimation of parameters in latent structure analysis. Psychometrika, 19, 1-10.

Anderson, T. W. 1958. An introduction to mutlivariate statistical analysis. New York: Wiley.

Anderson, T. W. 1959. Some scaling models and estimation procedures in the latent class model. In: Grenander, O. Probability and statistics. The Harold Cramer Volume. New York: Wiley, 9-38.

Anderson, T. W. & Rubin, H. 1956. Statistical inference in factor analysis. Proceedings of the Third Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability, 5, 111-150.

Asher, H. B. 1976. Causal modeling. Beverly Hills: Sage.

Bagozzi, R. P. 1980. Causal models in marketing. New York: Wiley.

Bartenwerfer, H. & Raatz, U. 1979. Methoden der Psychologie. Wiesbaden: Akademische Verlagsgesellschaft.

Bauer, H. 1974. Wahrscheinlichkeitstheorie und Grundzüge der Maßtheorie. Berlin: de Gruyter.

Bentler, P. M. 1980. Multivariate analysis with latent variables: Causal modeling. Annual Review of Psychology, 31, 419-456.

Bishop, Y. Y. M., Fienberg, S. E. & Holland, P. W. 1975. Discrete multivariate analysis: Theory and Practice. Cambridge: MIT Press.

Blalock, H. M. Jr. 1962. Further observations on asymmetric causal models. American Sociological Review, 27, 542-545.

Blalock, H. M. Jr. 1964. Causa1 inferences in nonexperimental research. Chapel Hill: University of North Carolina Press.

Blalock, H. M. Jr. 1969. Theory construction. From verbal to mathematical formulations. Englewood-Cliffs, N. J.: Prentice-Hall.

Blalock, H. M. Jr. 1971a. (Hrsg.). Causal models in the social sciences. Chicago: Aldine-Atherton.

Blalock, H. M. Jr. 1971b. Four variable causal models and partial correlations. In: Blalock, H. M. Jr. 1971a, 18-32.

Blalock, H. M. Jr. & Blalock, A. B. (Hrsg.). 1968. Methodology in social research. New York: McGraw-Hill.

Bock, R. D. 1975. Multivariate statistical methods in behavioral research. New York: McGraw-Hill.

Boudon, R. 1963. Propriétés individuelles et propriétés collectives: Un problème d'analyse écologique. Revue francaise de sociologie, 4, 275-299.

Boudon, R. 1965a. A method of linear causal analysis: Dependence analysis. American Sociological Review, 30, 365-374.

Boudon, R. 1965b. Méthodes d'analyse causale. Revue francaise de sociologie, 6, 24-43.

Boudon, R. 1968. A new look at correlation analysis. In: Blalock, H. M. & Blalock, A. B. 1968, 199-235.

Boudon, R. 1976a. Neue Aspekte der Korrelationsanalyse. In: Hummell, H. J. & Ziegler, R. Korrelation und Kausalität, Bd. 2, 205-235.

Boudon, R. 1976b. Anwendungen der Dependenzanalyse auf Paneldaten. In: Hummell, H. J. & Ziegler, R. Korrelation und Kausalität, Bd. 3, 421-434.

Bortz, J. 1977. Lehrbuch der Statistik. Für Sozialwissenschaftler. Berlin: Springer.

Brandstädter, J. & Bernitzke, F. 1976. Zur Technik der Pfadanalyse. Ein Beitrag zum Problem der nichtexperimentellen Konstruktion von Kausalmodellen. Psychologische Beiträge, 18, 12-34.

Bredenkamp, J. 1969. Experiment und Feldexperiment. In: Graumann, C. F. Handbuch der Psychologie: Sozialpsychologie, Bd. 7, 1. Halbband, Theorien und Methoden. Göttingen: Hogrefe, 332-374.

Bredenkamp, J. 1979. Das Problem der externen Validität pädagogisch-psychologischer Untersuchungen. In: Brandtstädter, J., Reinert, G. & Schneewind, K. A. Pädagogische Psychologie: Probleme und Perspektiven. Stuttgart: Klett.

Bredenkamp, J. 1980. Theorie und Planung psychologischer Experimente. Darmstadt: Steinkopff.

Breiman, L. 1968. Probability. Reading, Mass.: Addison-Wesley.

Brunswik, E. 1956. Perception and the representative design of psychological experiments. Barkeley: University of California Press.

Bunge, M. 1967. Scientific research I. The search for system. Berlin: Springer.

Campbell, D. T. 1957. Factors relevant to the validity of experiments in social settings. Psychological Bulletin, 54, 297-312.

Campbell, D. T. & Stanley, J. C. 1963. Experimental and quasi-experimental designs for research on teaching. In: Gage, N. L. Handbook of research in teaching. Chicago: Rand-McNally, 171-246.

Coleman, J. S. 1981. Longitudinal data analysis. New York: Basic Books.

Cook, T. D. & Campbell, D. T. 1976. The design and conduct of quasi-experiments and true experiments in field settings. In: Dunette, M. D. Handbook of industrial and organizational psychology. Chicago: Rand-McNally, 223-326.

Cook, T. D. & Campbell, D. T. 1979. Quasi-experimentation: Design & analysis issues for field settings. Chicago: Rand-McNally.

Cox, D. R. 1970. The analysis of binary data. London: Methuen.

Diekopf, B. A. 1981. Die kausale Interpretierbarkeit psychologischer Aussagen. Frankfurt: Institut für Psychologie der JWG-Universität. Unveröffentlichtes Manuskript.

Duncan, O. D. 1975. Introduction to structural equation models. New York: Academic Press.

Essler, W. K. 1979. Wissenschaftstheorie IV. Erklärung und Kausalität. München: Alber.

Eysenck, H. J. 1979. The structure and measurement of intelligence. Berlin: Springer.

Fischer, G. H. 1974. Einführung in die Theorie psychologischer Tests. Bern: Huber.

Fisher, F. M. 1966. The identification problem in econometrics. New York: McGraw-Hill.

Fisher, F. M. 1978. Statistical identifiability. In: Kruskal, W. H. & Tanur, J. M. International encyclopedia of statistics. New York: The Free Press, Vol. II, 1066-1071.

Fisher, R. A. 1925. Statistical methods for research workers. London: Oliver and Boyd.

Fisher, R. A. 1947. The design of experiments. London: Oliver and Boyd.

Fisher, R. A. 1956. Statistische Methoden für die Wissenschaft. London: Oliver and Boyd.

Formann, A. K. 1980. Neuere Verfahren der Parameterschätzung in der Latent-Class-Analyse. Zeitschrift für Differentielle und Diagnostische Psychologie, 1, 107-116.

Gadenne, V. 1976. Die Gültigkeit psychologischer Untersuchungen. Stuttgart: Kohlhammer.

Gaensslen, H. & Schubö, W. 1973. Einfache und komplexe statistische Analyse. Eine Darstellung der multivariaten Verfahren für Sozialwissenschaftler und Mediziner. München: Reinhardt.

Gänssler, P. & Stute, W. 1977. Wahrscheinlichkeitstheorie. Berlin: Springer.

Gibson, W. A. 1959. Three multivariate models: Factor analysis, latent structure analysis, and latent profile analysis. Psychometrika, 27, 73-81.

Gibson, W. A. 1962. Latent structure and positive manifold. British Journal of Statistical Psychology, 15, 149-160.

Goldberger, A. S. 1964. Econometric theory. New York: Wiley.

Goldberger, A. S. 1973. Structural equation models: An overview. In: Goldberger, A. S. & Duncan, O. D., 1-18.

Goldberger, A. S. & Duncan, O. D. 1973. (Hrsg.). Structural equation models in the social sciences. New York: Seminar Press.

Goodman, L. A. 1974. Exploratory latent structure analysis using both identifiable and unidentifiable models. Biometrika, 61, 215-231.

Goodman, L. A. 1978. Analyzing qualitative/categorical data. Log-linear models and latent-structure analysis. London: Addison-Wesley.

Goodman, L. A. 1979. A note on the estimation of parameters in latent-structure analysis. Psychometrika, 44, 123-128.

Granger, C. W. J. 1969. Investigating causa1 relations by econometric models and Cross-spectral methods. Econometrica, 37, 424-438.

Granger, C. W. J. 1973. Causality, model building, and control: Some comments presented at the IFAC/FORS International Conference on Dynamit Modeling and Control, July 9-12 (University of Warwiek, Coventry).

Green, B. F. 1951. A general solution for the latent class model of latent structure analysis. Psychometrika, 16, 151-166.

Green, B. F. 1952. Latent structure analysis and its relation to factor analysis. Journal of the American Statistical Association, 47, 71-76.

Hager, W. & Westermann, R. Planung und Auswertung von Experimenten. In: Bredenkamp, J. & Feger, H. Enzyklopädie der Psychologie. Forschungsmethoden der Psychologie. Bd. 5. Göttingen: Hogrefe (im Druck).

Harnerle, A. 1982. Latent-Trait-Modelle. Weinheim: Beltz.

Heider, F. 1958. The psychology of interpersonal relations. New York: Wiley.

Heise, D. R. 1975. Causa1 analysis. New York: Wiley.

Henning, H. J. & Muthig, K. 1979. Grundlagen konstruktiver Versuchsplanung: Ein Lehrbuch für Psychologen. München: Kösel.

Herkner, W. H. 1980. (Hrsg.). Attribution - Psychologie der Kausalität. Bern: Huber.

Herrmann, T. 1969. Lehrbuch der empirischen Persönlichkeitsforschung. Göttingen: Hogrefe.

Hinderer, K. 1980. Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitstheorie. Berlin: Springer.

Hodapp, V. 1978. Causa1 inference from nonexperimental research on anxiety and educational achievement. In: Krone, H. H. & Laux, L. Achievement, Stress, and Anxiety. Washington, D.C.: Hemisphere.

Hosoya, Y. 1977. On the Granger condition for non-causality. Econometrica, 45, 1735-1736.

Hummell, H. J. & Ziegler, R. 1976a. (Hrsg.). Korrelation und Kausalität. Bd. 1, 2 und 3. Stuttgart: Enke.

Hummell, H. J. & Ziegler, R. 1976b. Zur Verwendung linearer Modelle bei der Kausalanalyse nicht-experimenteller Daten. In: Hummell, H. J. & Ziegler, R. Bd. 1, E 5-E 137.

Jöreskog, K. G. 1969. A general approach to confirmatory maximum likelihood factor analysis. Psychometrika, 34, 183-202.

Jöreskog, K. G. 1970, A general method for analysis of covariance structures. Biometrika, 57, 239-251.

Jöreskog, K. G. 1971. Statistical analysis of sets of congeneric tests. Psychometrika, 36, 109-133.

Jöreskog, K. G. 1973. A general method for estimating a linear structural equation system. In: Goldberger, A. S. & Duncan, O. D., 85-112.

Jöreskog, K. G. 1974. Analyzing psychological data by structural analysis of covariance matrices. In: Krantz, D. H., Atkinson, R. C., Luce, R. D. & Suppes, P. Contemporary developments in mathematical psychology. Vol. II. San Francisco: Freeman and Company, 1-56.

Jöreskog, K. G. 1977. Structural equation models in the social sciences. Specification, estimation, and testing. In: Krishnaiah, P. R. Applications of statistics. Amsterdam: North-Holland, 265-287.

Jöreskog, K. G. 1978. Structural analysis of covariance and correlation matrices. Psychometrika, 43, 443-477.

Jöreskog, K. G. 1979. Statistical estimation of structural models in longitudinal developmental investigations. In: Nesselroade, J. R. & Baltes, P. B. Longitudinal research in the study of behavior and development. New York: Academic Press.

Jöreskog, K. G. & Sörbom, D. 1976. Statistical models and methods for test-retest situations. In: de Gruijter, D. N. M. & van der Kamp, L. J. T. Advances in psychological and educational measurement. New York: Wiley, 285-325.

Jöreskog, K. G. & Sörbom, D. 1977. Statistical models and methods for the analysis of longitudinal data. In: Aigner, D. J. & Goldberger, A. S., 235-285.

Jöreskog, K. G. & Sörbom, D. 1979. Advances in factor analysis and structural equation models. Cambridge, Mass.: Abt Books.

Jöreskog, K. G. & Sörbom, D. 1981. LISREL V. Analysis of linear structural relationships by maximum likelihood and least squares methods. University of Uppsala. Department of Statistics.

Johnston, J. 1971. Econometric methods. Tokyo: McGraw-Hill Kogakusha.

Jones, E. E., Kanouse, D. E., Kelley, H. H., Nisbett, R. E., Valins, S. & Weiner, B.: 1971/72. Attribution: Perceiving the causes of behavior. Morristown, N. J.: General Learning Press.

Kenny, D. A. 1979. Correlation and causality. New York: Wiley.

Klein, L. R. 1978. Simultaneous equation estimation. In: Kruskal, W. H. & Tanur, J. M., 979-994.

Kraak, B. 1966. Zum Problem der Kausalität in der Psychologie. Psychologische Beiträge, 9, 413-432.

Krishnaiah, P. R. 1980. (Hrsg.). Handbook of statistics 1. Analysis of variance. Amsterdam: North-Holland.

Kruskal, W. H. & Tanur, J. M. (Hrsg.). 1978. International encyclopedia of statistics. Vol. I and II. New York: The Free Press.

Lawley, D. N. & Maxwell, A. E. 1971. Factor analysis as a statistical method. London: Butterworths.

Lazarsfeld, P. F. 1955. Interpretation of statistical relations as a research Operation. In: Lazarsfeld, P. F. & Rosenberg, M. The language of social research. New York: The Free Press, 115-125.

Lazarsfeld, P. F. 1959. Latent structure analysis. In: Koch, S. Psychology: A study of a science. Vol. III, New York: McGraw-Hill, 476--535.

Lazarsfeld, P. F. & Henry, N. W. 1968. Latent structure analysis. Boston: Houghton Mifflin.

Loeve, M. 1977. 1978. Probability theory. Vol. I und II. Berlin: Springer.

Lohmöller, J. B. 1981. LVPLS 1.6 program manual. Latent variables path analysis with partial least-squares estimation. Forschungsbericht 81.04 des Fachbereichs Pädagogik der Hochschule der Bundeswehr München.

Lord, F. M. & Novick, M. R. 1968. Statistical theories of mental test scores. Reading, Mass.: Addison-Wesley.

Lumsden, J. 1976. Test theory. Annual Review of Psychology, 27, 251-280.

Malinvaud, E. 1970. Statistical methods of econometrics. Amsterdam: North-Holland.

Marsden, P. V. 1982. Linear models in social research. London: Sage.

McDonald, R. P. 1962. A general approach to nonlinear factor analysis. Psychometrika, 27, 397-415.

McDonald, R. P. 1967a. Nonlinear factor analysis. Psychometric Monograph, 15. Chicago: University of Chicago Press.

McDonald, R. P. 1967b. Numerical methods for polynomial models in nonlinear factor analysis. Psychometrika, 32, 77-112.

McGuigan, E. J. 1978. Experimental psychology. Englewood Cliffs: Prentice-Hall.

Mill, J. S. 1885. System der deduktiven und induktiven Logik. Gesammelte Werke, Bd. II. Leipzig: Fues.

Moosbrugger, H. 1978. Multivariate statistische Analyseverfahren. Stuttgart: Kohlhammer.

Müller, P. H. 1975. (Hrsg.). Lexikon der Stochastik. Berlin: Akademie-Verlag.

Namboodiri, N. K., Carter, L. F. & Blalock, H. M. Jr. 1975. Applied multivariate analysis and experimental designs. New York: McGraw-Hill.

Pierce, D. A. & Haugh, L. D. 1977. Causality in temporal systems: Characterizations and a survey. Journal of Econometrics, 5, 265-293.

Popper, K. R. 1959. The propensity interpretation of probability. The British Journal for the Philosophy of Science, 10, 25-42.

Popper, K. R. 1969. Logik der Forschung. Tübingen: Mohr 1969.

Preiser, S. 1977. Die experimentelle Methode. In: Strube, G. Die Psychologie des 20. Jahrhunderts. Band V, 102-150.

Rao, C. R. 1973. Linear statistical inference and its applications. New York: Wiley.

Rasch, G. 1960. Probabilistic models for some intelligence and attainment tests. Kopenhagen: The Danish Institute for Educational Research.

Rasch, D. 1976. Einführung in die mathematische Statistik. II. Anwendungen. Berlin: Deutscher Verlag der Wissenschaften.

Rasch, D. 1978. Einführung in die mathematische Statistik. I. Wahrscheinlichkeitsrechnung und Grundlagen der mathematischen Statistik. Berlin: Deutscher Verlag der Wissenschaften.

Rosenthal, R. 1964. The effect of the experimenter on the results of psychological research. In: Maher, B. A. Progress in experimental personality research. Vol. I. New York: Academic Press, 79-114.

Rosenthal, R. 1966. Experimenter effects in behavioral research. New York: Appleton-Century-Crofts.

Sarris, V. 1968. Zum Problem der Kausalität in der Psychologie: Ein Diskussionsbeitrag. Psychologische Beiträge, 10, 173-186.

Schach, S. & Schäfer, T. 1978. Regressions- und Varianzanalyse. Eine Einführung. Berlin: Springer.

Scheffe, H. 1959. The analysis of variance. New York: Wiley.

Schulz, T., Muthig, K.-P. & Koeppler, K. 1981. Theorie, Experiment und Versuchsplanung in der Psychologie. Stuttgart: Kohlhammer.

Searle, S. R. 1971. Linear Models. New York: Wiley.

Seibel, H. D. & Nygreen, G. T. 1972. Pfadanalyse. Ein statistisches Verfahren zur Untersuchung linearer Kausalmodelle. Zeitschrift für Sozialpsychologie, 3, 5-12.

Selg, H. & Bauer, W. 1976. Forschungsmethoden der Psychologie. Stuttgart: Kohlhammer.

Simon, H. A. 1952. On the definition of the causa1 relation. The Journal of Philosophy, 49, 517-528.

Simon, H. A. 1953. Causal ordering and identifiability. In: Hood, W. C. & Koopmans, T. C., 49-74.

Simon, H. A. 1954. Spurious correlation: A causa1 interpretation. Journal of the American Statistical Association, 49, 467-479.

Spearman, C. 1904. General intelligence objectively determined and measured. American Journal of Psychology, 15, 201-293.

Spearman, C. 1927. The abilities of man. London: Macmillan.

Stegmüller, W. 1969. Probleme und Resultate der Wissenschaftstheorie und Analytischen Philosophie. Bd. I. Wissenschaftliche Erklärung und Begründung. Berlin: Springer.

Stegmüller, W. 1973. Probleme und Resultate der Wissenschaftstheorie und Analytischen Philosophie. Bd. IV. Personelle und statistische Wahrscheinlichkeit. Berlin: Springer.

Steyer, R. 1982. Ein Beitrag zur theoretischen Grundlegung experimenteller und nichtexperimenteller Kausalforschung. Frankfurt/M.: Dissertation am Fachbereich Psychologie der Johann Wolfgang Goethe-Universität.

Süllwold, F. 1977. Intelligenzdiagnostik und Intelligenztheorie. In: Strube, G. Die Psychologie des 20. Jahrhunderts. Band V, 236-286.

Suppes, P. 1970. A probabilistic theory of causality. Amsterdam: North-Holland.

Tatsuoka, M. M. 1971. Multivariate analysis: Techniques for educational and psychological research. New York: Wiley.

Timäus, E. 1974. Experiment und Psychologie. Zur Sozialpsychologie psychologischen Experimentierens. Göttingen: Hogrefe.

Timm, N. H. 1975. Multivariate analysis with applications in education and psychology. Monterey, Cal.: Brooks/Cole.

von Wright, G. H. 1974. Erklären und Verstehen. Frankfurt/M.: Fischer.

Weiner, B. 1972. Theories of motivation. From mechanism to cognition. Chicago: Markharn.

Weiner, B. 1974. Achievement motivation as conceptualized by an attribution theorist. In: Weiner, B. Achievement motivation and attribution theory. Morristown, N. J.: General Learning Press.

Wiley, D. E. 1973. The identification problem for structural equation models with unmeasured variables. In: Goldberger, A. S. & Duncan, O. D., 69-83.

Wilkening, K. & Wilkening, F. 1979. Versuchsplanung. Tübingen: Versuch für das Fernstudium im Medienverbund. Kapitel 3.

Winer, B. J. 1971. Statistical principles in experimental design. New York: McGraw-Hill.

Wold, H. 1954. Causality and econometrics. Econometrica, 22, 162-177.

Wold, H. 1956. Causa1 inference from observational **data.** A review of ends and means. Journal of the Royal Statistical Society (A), 119, 28-61.

Wold, H. 1964. (Hrsg.). Model building in the human sciences. Monaco: Union europeenne d'editions.

Wold, H. 1969. Mergers of economics and philosophy of science. Synthese, 20, 427-482.

Wold, H. 1981. (Hrsg.). The fix-point approach to interdependent systems. Amsterdam: North-Holland.

Wright, S. 1918. On the nature of size factors. Genetics, 3, 367-374.

Wright, S. 1921. Correlation and Causation. Journal of Agricultural Research, 20, 557-585.

Wright, S. 1923. The theory of path coefficients - A reply to Niles' criticism. Genetics, 8, 239-255.

Wright, S. 1934. The method of path coefficients. Annals of Mathematical Statistics, 5, 161-215.

Wright, S. 1960a. Path coefficients and path regressions: alternative or complementary concepts? Biometrics, 16, 189-202.

Wright, S. 1960b. The treatment of reciprocal interaction, with or without lag, in path analysis. Biometrics, 16, 423-445.

Zimmermann, E. 1972. Das Experiment in den Sozialwissenschaften. Stuttgart: Teubner.

Der vorliegende Beitrag ist eine revidierte Version meiner mit ‚Steyer (1982)' zitierten Dissertation. Den Gutachtern möchte ich für wertvolle Diskussionen und kritische Anmerkungen danken: Prof. Dr. W. Bauer, Prof. Dr. H. Dinges, Prof. Dr. H. Moosbrugger und Prof. N. Wermuth, PhD.